



ANALISIS KEMAMPUAN *SPATIAL REASONING*, VISUALISASI, DAN REPRESENTASI MATEMATIS PADA PENYELESAIAN SOAL GEOMETRI RUANG

Adhi Surya Nugraha

Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Universitas Sanata Dharma, Yogyakarta

email korespondensi: a.s.nugraha@usd.ac.id

Diterima: 10-03-2026, Revisi: 04-05-2026, Diterbitkan: 15-06-2026

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan mendeskripsikan kemampuan *spatial reasoning*, visualisasi, dan representasi matematis mahasiswa Pendidikan Matematika dalam menyelesaikan dua soal geometri ruang. Penelitian menggunakan metode gabungan (*mix-method*) dengan pendekatan deskriptif. Subjek penelitian adalah 19 mahasiswa angkatan 2025. Pengumpulan data dilakukan dengan metode tes menggunakan instrumen soal sebanyak dua item. Soal pertama berkaitan dengan penentuan lintasan terpendek pada permukaan kubus melalui *unfolding*, sedangkan soal kedua berkaitan dengan penentuan jarak titik ke bidang pada kubus. Jawaban subjek dikategorikan ke dalam empat tingkat kualitas, yaitu: kategori A (jawaban tepat dan lengkap), kategori B (model awal tepat tetapi belum lengkap), kategori C (terdapat kesalahan strategi atau representasi utama), dan kategori D (strategi belum dapat diformalkan secara operasional). Data menunjukkan 9 subjek termasuk kategori B, 9 subjek termasuk kategori C, dan 1 subjek termasuk kategori D. Pada soal pertama, rata-rata subjek memiliki tingkat kemampuan *spatial reasoning* dan representasi sedang dengan kemampuan visualisasi sudah cukup tampak. Subjek cenderung mampu membangun visualisasi dan representasi matematis, meskipun sebagian belum memberikan justifikasi minimum yang lengkap. Pada soal kedua, rata-rata subjek memiliki tingkat kemampuan *spatial reasoning* dan representasi yang rendah dengan visualisasi mulai tampak tetapi kurang operasional. Subjek mengalami kesulitan yang lebih mendasar, terutama dalam mengkonstruksi bidang, menentukan jarak yang relevan, dan memformalkan hubungan antar-garis. Hasil tersebut mengarahkan pada perlunya menekankan translasi representasi, pemodelan matematis, dan validasi argumen dalam pembelajaran geometri.

Kata kunci: geometri ruang; representasi matematis; *spatial reasoning*; visualisasi.

ABSTRACT

This study aims to describe the spatial reasoning, visualization, and mathematical representation abilities of Mathematics Education students in solving two spatial geometry problems. The study used a mix method with a descriptive approach. The subjects were 19 students from the class of 2025. Data collection was carried out by a test using two questions. The first question relates to determining the shortest path on the surface of a cube through unfolding, while the second question relates to determining the distance from a point to a plane on the cube. Subjects' answers were categorized into four quality levels: category A (correct and complete answer), B (initial model is correct but incomplete), C (major strategy or representation error), and D (strategy cannot be operationally formalized). The data show that 9 subjects fell into category B, 9 subjects fell into category C, and 1 subject fell into category D. In the first question, the average subject had a moderate level of spatial reasoning and representation, with visualizations already quite apparent. Subjects tended to be able to construct mathematical visualizations and representations, although some had not yet provided a complete minimum justification. In the second question, the average subject had a low level of spatial reasoning and representation, with visualizations beginning to appear but lacking operational capabilities. Subjects experienced more fundamental difficulties, particularly in constructing planes, determining relevant distances, and formalizing relationships between lines. These results point to the need to emphasize representation translation, mathematical modeling, and argument validation in geometry learning.

Key words: *mathematical representation; spatial reasoning; three-dimensional space geometry; visualization.*

Pendahuluan

Geometri ruang menempati posisi penting dalam pembelajaran matematika karena pada topik inilah peserta didik berhadapan langsung dengan objek tiga dimensi beserta relasi antar-elemen yang tidak selalu tampak secara eksplisit. Pada materi ini, peserta didik tidak cukup hanya mengenali bentuk bangun atau menghafal rumus luas permukaan dan volume, tetapi juga perlu memahami kedudukan titik, garis, dan bidang, menafsirkan irisan, serta menentukan jarak dan sudut secara konseptual. Karena itu, geometri ruang menuntut lebih dari sekadar keterampilan prosedural; tetapi juga kemampuan membangun *spatial reasoning*, menggunakan representasi yang tepat, dan bernalar secara konsisten. Fujita et al. (2020) menegaskan bahwa representasi dua dimensi dari objek tiga dimensi dalam suatu proses penyelesaian masalah, menuntut kemampuan peserta didik dalam memvisualisasikan bentuk dan menggunakan sifat-sifat geometri secara tepat. Akibatnya, pembelajaran geometri ruang perlu diarahkan pada pengembangan kemampuan berpikir yang

memungkinkan peserta didik membayangkan, merepresentasikan, dan menalar objek ruang secara bermakna.

Salah satu kemampuan yang sangat menentukan dalam konteks tersebut adalah *spatial reasoning*. Kemampuan ini berkaitan dengan cara individu membayangkan, mengorientasikan, mengorganisasi, dan menafsirkan objek dalam ruang (Harris, 2023). Mulligan et al. (2018) menekankan bahwa *spatial reasoning* memiliki keterkaitan erat dengan pembelajaran matematika dan dapat menjadi penghubung penting dalam memahami konsep-konsep matematis. Harris et al. (2021) menjelaskan bahwa hubungan antara matematika dan *spatial reasoning* tampak dalam proses pemecahan masalah, baik pada tugas statis maupun interaktif. Dengan demikian, *spatial reasoning* menjadi fondasi kognitif yang penting dalam keberhasilan peserta didik dalam mempelajari geometri ruang.

Selain *spatial reasoning*, visualisasi matematis juga menjadi bagian penting dalam penyelesaian soal geometri ruang. Visualisasi matematis memungkinkan peserta didik membayangkan bentuk objek, membuat gambar bantu, menafsirkan diagram, serta menghubungkan informasi visual dengan konsep matematis yang relevan (Desai et al., 2021). Žakelj & Klančar (2022) menjelaskan bahwa representasi visual berperan penting dalam pembelajaran geometri karena membantu peserta didik mengeksplorasi konsep, memahami hubungan geometris, dan menyusun strategi penyelesaian masalah. Visualisasi matematis bukan sekadar proses menggambar ulang bangun ruang, tetapi juga mencakup kemampuan memilih sudut pandang, menambahkan garis bantu, mengidentifikasi bidang yang relevan, dan menafsirkan objek tiga dimensi ke dalam bentuk dua dimensi secara akurat (Fujita et al., 2020).

Kemampuan lain yang tidak kalah penting dalam menyelesaikan soal pada materi bangun ruang adalah representasi matematis. Representasi matematis berfungsi sebagai jembatan antara informasi verbal, visual, simbolik, dan prosedural dalam proses penyelesaian masalah (Fudin et al., 2022). Pada materi geometri ruang, umumnya peserta didik harus mengubah informasi dari soal cerita atau gambar ke dalam model matematis, seperti sketsa, notasi, persamaan, hubungan panjang, atau bentuk perhitungan tertentu (Prawira et al., 2023). Prayitno et al., (2020) menjelaskan bahwa proses representasi dalam pemecahan masalah geometri berkaitan dengan cara peserta didik memahami situasi, membangun makna, dan memilih strategi penyelesaian. juga menjelaskan bahwa Kemampuan representasi matematis membantu peserta didik mengekspresikan ide matematika dalam bentuk

visual, simbolik, maupun verbal ketika menyelesaikan masalah geometri (Hidayati & Wahyuni, 2021). Jadi, representasi matematis tidak hanya berperan sebagai alat komunikasi gagasan, tetapi juga sebagai alat berpikir dalam membangun pemahaman dan menyelesaikan masalah geometri ruang.

Walaupun geometri ruang memiliki peran penting, berbagai kesulitan masih sering muncul dalam proses penyelesaian soal atau masalahnya. Peserta didik masih mengalami hambatan dalam membangun *spatial reasoning*, visualisasi, dan representasi matematis yang sesuai. Hambatan dalam geometri ruang tidak selalu disebabkan oleh lemahnya kemampuan menghitung, tetapi juga oleh keterbatasan dalam menalar objek spasial, memvisualisasikan struktur ruang, dan merepresentasikan informasi matematis. Evidiasari et al. (2019) mengidentifikasi bahwa *spatial reasoning* dalam penyelesaian masalah geometri melibatkan *spatial visualization*, *mental rotation*, dan *spatial orientation*. Dan peserta didik dengan kesulitan belajar matematika dapat mengalami hambatan pada aspek *spatial orientation*, *mental rotation*, dan *spatial visualization* (Amalia & Amir, 2024). Untuk itu, perlu dilakukan analisis terkait kesulitan peserta didik dalam menyelesaikan soal geometri ruang, bukan hanya dari jawaban akhir, tetapi juga dari proses berpikir dan bentuk representasi yang digunakan.

Sejumlah penelitian terdahulu telah membahas pentingnya *spatial reasoning*, visualisasi matematis, dan representasi matematis dalam pembelajaran geometri. Beberapa kajian menunjukkan bahwa kemampuan *spatial reasoning* berperan penting dalam membantu peserta didik memahami, membayangkan, dan memanipulasi objek geometri, terutama ketika berhadapan dengan representasi dua dimensi dari objek tiga dimensi (Fujita et al., 2020; Harris et al., 2021; Mulligan et al., 2018). Kajian tentang visualisasi matematis menegaskan bahwa gambar, diagram, dan representasi visual dapat membantu peserta didik mengeksplorasi konsep geometri, memahami hubungan antar-unsur ruang, serta menyusun strategi penyelesaian masalah secara lebih bermakna (Žakelj & Klančar, 2022). Kajian tentang kemampuan representasi matematis menunjukkan bahwa peserta didik perlu mengubah informasi verbal, visual, dan simbolik menjadi model atau prosedur matematis yang sesuai dalam proses penyelesaian soal geometri (Adnan et al., 2019; Hidayati & Wahyuni, 2021; Prayitno et al., 2020). Namun, sebagian besar studi tersebut masih cenderung membahas *spatial reasoning*, visualisasi matematis, dan representasi matematis secara terpisah. Untuk itu, diperlukan kajian yang menganalisis keterkaitan ketiga kemampuan tersebut dalam proses penyelesaian soal geometri ruang.

Penelitian ini memiliki nilai kebaruan pada analisis terintegrasi terhadap *spatial reasoning*, visualisasi matematis, dan representasi matematis dalam penyelesaian soal geometri ruang. Analisis ini tidak hanya menilai kebenaran jawaban, tetapi juga menelaah proses peserta didik membangun gambar, menafsirkan hubungan antar-unsur ruang, menentukan strategi, menggunakan representasi, dan menyajikan penyelesaian matematis. Berdasarkan uraian tersebut, penelitian ini bertujuan untuk menganalisis kemampuan *spatial reasoning*, visualisasi, dan representasi matematis dalam penyelesaian soal geometri ruang. Hasil penelitian ini diharapkan dapat memberikan kontribusi bagi pengembangan pembelajaran geometri yang lebih menekankan *spatial reasoning*, visualisasi, dan penggunaan representasi matematis secara bermakna.

Metode Penelitian

Penelitian ini menggunakan pendekatan gabungan (mix method) dengan desain deskriptif untuk mengintegrasikan analisis kualitatif dan kuantitatif (Creswell, 2009) guna memperoleh pemahaman yang lebih utuh terhadap kemampuan *spatial reasoning*, visualisasi, dan representasi matematis mahasiswa dalam menyelesaikan soal geometri ruang. Subjek penelitian adalah 19 mahasiswa baru Program Studi Pendidikan Matematika. Subjek diminta mengerjakan dua soal geometri ruang dengan representasional yang berbeda.

Indikator soal pertama memuat proses translasi representasi 3D ke 2D melalui *unfolding*, sedangkan indikator soal kedua memuat proses translasi representasi 3D ke model formal untuk menentukan jarak titik ke bidang. Analisis dilakukan dengan menggunakan rubrik. Rubrik analisis disusun mengacu pada kajian tentang *spatial reasoning*, visualisasi, dan representasi matematis dalam pembelajaran geometri (Fujita et al., 2020; Mulligan et al., 2018; Prayitno et al., 2020; Žakelj & Klančar, 2022). Adapun indikator rinci tiap aspek disajikan pada tiap tabel hasil.

Jawaban subjek dikelompokkan ke dalam empat kategori, yaitu: (A) menunjukkan jawaban yang tepat, lengkap, dan tervalidasi; (B) menunjukkan model awal yang dibangun sudah benar, tetapi justifikasi, validasi, atau ketuntasan penyelesaian belum memadai; (C) menunjukkan adanya kesalahan utama pada representasi atau strategi; dan (D) menunjukkan strategi belum dapat diformalkan secara operasional. Selanjutnya hasil yang sama dikodekan kembali berdasarkan tiga aspek utama penelitian. Kategori *spatial reasoning* ditunjukkan dengan empat tingkatan, yaitu: SR4 diberikan pada jawaban yang menunjukkan *spatial reasoning*

lengkap dan konsisten; SR3 diberikan pada jawaban yang telah membangun *spatial reasoning* utama tetapi belum sepenuhnya lengkap; SR2 diberikan pada jawaban yang hanya menunjukkan sebagian *spatial reasoning*; dan SR1 diberikan pada jawaban yang belum membangun *spatial reasoning* secara tepat.

Kategori visualisasi ditunjukkan dengan empat tingkatan, yaitu: V4 menunjukkan visualisasi yang langsung mendukung strategi penyelesaian; V3 menunjukkan visualisasi yang cukup membantu tetapi belum sepenuhnya terintegrasi dengan argumentasi; V2 menunjukkan visualisasi yang hadir tetapi masih terbatas fungsinya; dan V1 menunjukkan visualisasi yang sangat minim atau tidak membantu. Kategori representasi matematis ditunjukkan dengan empat tingkatan, yaitu: R4 diberikan pada jawaban dengan representasi formal yang tepat dan operasional; R3 diberikan pada representasi yang cukup tepat tetapi belum lengkap; R2 diberikan pada representasi yang sudah muncul tetapi belum operasional penuh; dan R1 diberikan pada jawaban yang belum membangun representasi formal secara memadai.

Analisis data dilakukan melalui tiga tahap, yaitu: (1) membaca seluruh jawaban secara menyeluruh, (2) mengelompokkan kualitas jawaban ke dalam kategori A–D, dan (3) mengodekan jawaban berdasarkan indikator *spatial reasoning*, visualisasi, dan representasi matematis. Data dan hasil analisis disajikan dalam bentuk tabel di bagian Hasil dan Pembahasan. Kualitas jawaban disajikan dalam Tabel 1 dan Tabel 2, sedangkan hasil analisis tiga aspek utama disajikan dalam Tabel 3–5. Adapun rangkuman sintesis kecenderungan hasil disajikan dalam Tabel 6.

Persentase dihitung dengan rumus $P = \left(\frac{f}{N}\right) \times 100\%$, dengan f sebagai frekuensi kategori dan $N = 19$ merupakan banyak subjek. Penggunaan frekuensi dan persentase pada penelitian deskriptif dimaksudkan untuk merangkum distribusi data, bukan untuk melakukan generalisasi inferensial (Loeb et al., 2017). Keabsahan data dijaga melalui ketekunan pengamatan, pembacaan ulang jawaban, penggunaan pedoman kategorisasi yang konsisten, pencatatan keputusan analitis secara sistematis, serta diskusi sejawat (*peer debriefing*) untuk memeriksa kewajaran interpretasi.

Hasil dan Pembahasan

Hasil analisis jawaban 19 subjek sesuai instrumen yang diberikan difokuskan pada tiga aspek, yaitu *spatial reasoning*, visualisasi, dan representasi matematis. Kategori kualitas jawaban digunakan untuk memberikan gambaran awal tentang mutu

penyelesaian. Jadi, pembahasan pada bagian ini diarahkan terutama untuk menjelaskan proses subjek membangun *spatial reasoning*, menggunakan visualisasi, dan mentransformasikan situasi geometri ke dalam representasi matematis pada dua konteks tugas yang berbeda.

Tabel 1 berikut menunjukkan frekuensi jawaban subjek pada Soal 1. Kategori pada Tabel 1 ditetapkan berdasarkan kualitas representasi permukaan, ketepatan strategi *unfolding*, dan kelengkapan justifikasi lintasan minimum yang tampak pada jawaban subjek.

Tabel 1. Frekuensi Kategori Jawaban Subjek pada Soal 1

Kategori	Deskripsi singkat	Frekuensi	Persentase
A	Jawaban tepat; <i>unfolding</i> atau model permukaan sah; lintasan minimum dan justifikasi lengkap	0	0.0%
B	Model visual awal tepat; strategi mendekati benar; justifikasi minimum atau generalisasi belum lengkap	9	47.4%
C	Kesalahan pada representasi permukaan atau strategi utama; misalnya memakai diagonal ruang atau satu bidang saja	9	47.4%
D	Visualisasi lemah; strategi tidak operasional; jawaban sangat tidak lengkap	1	5.3%
Total		19	100%

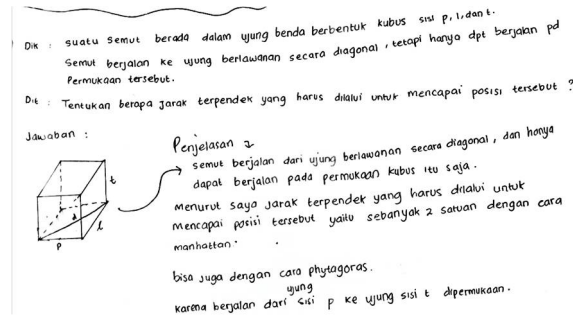
Distribusi kategori pada Soal 1 dipandang sebagai indikator awal yang menunjukkan bahwa sebagian subjek telah memiliki model visual permukaan yang cukup tepat, meskipun belum semua mampu memvalidasi bahwa lintasan yang dipilih benar-benar minimum.



Gambar 1. Contoh Visualisasi Hasil dari Soal 1 yang Dilakukan Subjek 5 dengan Tampilan Permukaan yang Cukup Baik

Jawaban subjek mengindikasikan perbedaan yang jelas antara kelompok kategori B dan C. Gambar 1 menunjukkan hasil kerja S5 pada Soal 1 yang termasuk dalam kategori B. S5 telah melakukan pembukaan sisi dan mengaitkan lintasan dengan diagonal persegipanjang hasil *unfolding*, meskipun alasan dipilihnya lintasan

minimum tersebut belum dijelaskan secara maksimal. Adapun Gambar 2 menunjukkan hasil kerja S4 pada Soal 1 yang termasuk kategori C. S4 menyimpulkan lintasan berdasarkan langkah intuitif tanpa membangun model permukaan yang sah.



Gambar 2. Visualisasi Hasil dari Soal 1 yang Dilakukan Subjek 4 dengan Kesalahan Konseptual pada Lintasan Permukaan

Perbedaan hasil yang disajikan S4 dan S5 menunjukkan bahwa visualisasi awal saja belum cukup; visualisasi perlu diintegrasikan dengan *spatial reasoning* yang tepat dan argumentasi geometris agar dapat berfungsi sebagai alat berpikir yang operasional. Gambar 2 menunjukkan bahwa ketika model permukaan tidak dibangun secara maksimal, subjek cenderung menggunakan langkah intuitif yang tidak lagi merepresentasikan lintasan pada permukaan. Kondisi ini mengarahkan pada pemahaman tentang kualitas jawaban pada Soal 1 yang dipengaruhi oleh keberhasilan subjek dalam menghubungkan visualisasi dengan *spatial reasoning* permukaan.

Pada Soal 2 subjek diminta menentukan jarak titik ke bidang pada kubus. Soal ini tidak cukup diselesaikan hanya dengan membuat sketsa ruang, tetapi menuntut pemodelan jarak titik ke bidang sebagai ruas yang tegak lurus bidang. Tabel 2 menunjukkan bahwa tidak ada jawaban yang mencapai kategori A maupun B, sehingga secara umum mutu penyelesaian pada Soal 2 berada pada tingkat yang lebih rendah dibandingkan Soal 1.

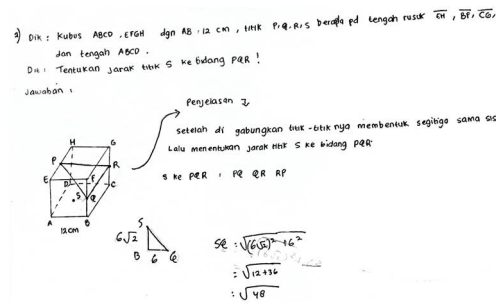
Tabel 2. Frekuensi Kategori Jawaban Subjek pada Soal 2

Kategori	Deskripsi singkat	Frekuensi	Persentase
A	Representasi ruang, pemilihan objek jarak, dan model analitik/geometris tepat	0	0.0%
B	Model awal benar, tetapi prosedur, justifikasi, atau perhitungan belum teliti	0	0.0%
C	Kesalahan pada penempatan titik/bidang atau strategi utama penentuan jarak	9	47.4%
D	Tidak mampu memformalkan bidang, ruas jarak, atau strategi operasional	10	52.6%

Kategori	Deskripsi singkat	Frekuensi	Persentase
Total		19	100%

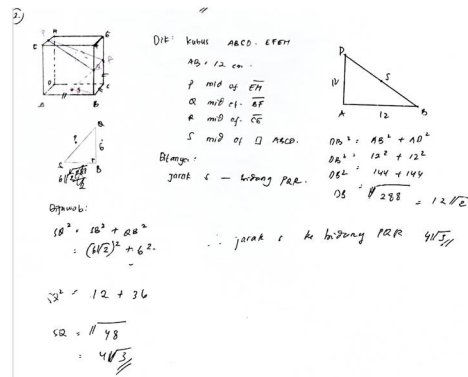
Kategori pada Tabel 2 ditetapkan berdasarkan ketepatan subjek dalam membangun bidang PQR, memilih objek jarak yang relevan, dan memformalkan jarak titik ke bidang secara geometris atau analitik. Dominasi kategori C dan D pada Soal 2 mengindikasikan adanya hambatan pada subjek terutama dalam proses matematisasi awal, bukan semata-mata pada prosedur hitung.

Gambar 3 menunjukkan hasil kerja S4 pada Soal 2 yang termasuk dalam kategori C. S4 memilih ruas tertentu untuk digunakan dalam perhitungan jarak, tetapi tidak ada konstruksi atau argumen bahwa ruas tersebut tegak lurus bidang. Hal ini menunjukkan bahwa model awal yang dibangun belum cukup untuk mendukung penentuan jarak titik ke bidang secara formal.



Gambar 3. Visualisasi Hasil dari Soal 2 yang Dilakukan Subjek 4 dengan Kesalahan Representasi pada Jarak Titik ke Bidang

Gambar 4 menunjukkan hasil kerja S9 pada Soal 2 yang termasuk dalam kategori D. S9 memperlihatkan representasi awal, namun tidak tampak tahapan pemodelan berikutnya, khususnya matematisasi dan validasi. Subjek tidak memformalkan bidang PQR maupun menjustifikasi garis jarak sebagai garis yang tegak lurus bidang, sehingga penyelesaian tidak dapat dieksekusi sebagai prosedur matematis yang sah. Kondisi ini menunjukkan rendahnya kualitas jawaban Soal 2, khususnya kegagalan mengubah sketsa ruang ke model formal yang dapat dioperasikan.



Gambar 4. Visualisasi Hasil dari Soal 2 yang Dilakukan Subjek 9 yang Memperlihatkan Sketsa Ruang yang Belum Berkembang Menjadi Model Formal

Tabel 1 dan Tabel 2 menunjukkan bahwa kualitas jawaban subjek pada Soal 1 cenderung lebih baik dibandingkan dari jawaban pada Soal 2. Namun, dalam penelitian ini kedua tabel tersebut diposisikan sebagai konteks awal untuk membaca munculnya *spatial reasoning*, visualisasi, dan representasi matematis. Analisis yang lebih mendalam terhadap ketiga aspek tersebut dipaparkan lebih lanjut pada Tabel 3, Tabel 4, dan Tabel 5.

Tingkat *spatial reasoning* pada Tabel 3 ditetapkan berdasarkan kemampuan subjek membangun dan mengoordinasikan *spatial reasoning* antar-unsur bangun ruang yang relevan dengan penyelesaian, seperti lintasan pada permukaan, kedudukan titik terhadap bidang, dan pemilihan objek geometri yang tepat. Pada Tabel 3 tampak bahwa *spatial reasoning* subjek pada Soal 1 cenderung lebih baik dari Soal 2. Pada Soal 1, hampir separuh subjek berada pada SR3, sedangkan pada Soal 2 tidak ada yang mencapai SR3–SR4, tetapi mayoritas berada pada SR1–SR2.

Tabel 3. Frekuensi Tingkat *Spatial Reasoning* Subjek

Tingkat	Kriteria umum	Soal 1	Persentase	Soal 2	Persentase
SR4	<i>Spatial reasoning</i> lengkap dan konsisten; objek ruang yang relevan dipilih dengan tepat	0	0.0%	0	0.0%
SR3	<i>Spatial reasoning</i> utama terbentuk, tetapi belum sepenuhnya lengkap atau belum tervalidasi	9	47.4%	0	0.0%
SR2	Sebagian <i>spatial reasoning</i> dikenali, tetapi masih terbatas atau belum konsisten	7	36.8%	9	47.4%
SR1	<i>Spatial reasoning</i> lemah; objek atau hubungan ruang utama	3	15.8%	10	52.6%

Tingkat	Kriteria umum	Soal 1	Persen- tase	Soal 2	Persen- tase
	tidak terbentuk dengan tepat				
Total		19	100%	19	100%

Hasil pada Tabel 3 menunjukkan bahwa subjek relatif lebih mampu membangun *spatial reasoning* ketika tugas masih dapat ditopang oleh intuisi visual permukaan, seperti pada penentuan lintasan terpendek melalui *unfolding*. Sebaliknya, ketika diminta menentukan koordinasi relasi ruang yang lebih kompleks, seperti hubungan titik–bidang–jarak pada Soal 2, kemampuan tersebut belum berkembang secara stabil. Jadi, *spatial reasoning* subjek dalam penelitian ini masih bersifat kontekstual dan belum berpindah secara otomatis dari satu tipe masalah ke tipe masalah lain. Temuan ini sejalan dengan Fujita et al., (2020), yang menegaskan bahwa *spatial reasoning* tidak selalu aktif secara seragam pada setiap jenis tugas geometri.

Tabel 4 menunjukkan tingkat visualisasi subjek yang ditetapkan berdasarkan kualitas penggunaan gambar, sketsa, dan transformasi visual dalam mendukung strategi penyelesaian. Akibatnya, visualisasi dinilai tinggi apabila gambar tidak hanya hadir, tetapi benar-benar mengarahkan langkah matematis yang relevan.

Tabel 4. Frekuensi Tingkat Visualisasi Subjek

Tingkat	Kriteria umum	Soal 1	Persen- tase	Soal 2	Persen- tase
V4	Visualisasi sangat fungsional; gambar/transformasi visual langsung mendukung strategi	1	5.3%	0	0.0%
V3	Visualisasi cukup membantu, tetapi belum sepenuhnya diintegrasikan dengan argumentasi	5	26.3%	3	15.8%
V2	Visualisasi muncul, tetapi fungsinya terbatas sebagai alat berpikir	11	57.9%	11	57.9%
V1	Visualisasi sangat minim atau tidak membantu penyelesaian	2	10.5%	5	26.3%
Total		19	100%	19	100%

Tabel 4 menunjukkan bahwa visualisasi muncul pada kedua soal, tetapi mayoritas berada pada level V2. Hal ini mengindikasikan bahwa persoalan utama bukan karena subjek tidak menggambar, melainkan karena visualisasi yang dibangun belum berfungsi sebagai alat berpikir yang operasional. Pada Soal 1, visualisasi relatif lebih membantu karena dapat langsung diarahkan pada *unfolding*. Sebaliknya, pada

Soal 2 visualisasi sering berhenti sebagai ilustrasi tanpa berkembang menjadi konstruksi formal. Temuan ini mendukung pandangan Schoenherr dan Schukajlow (2024) bahwa *external visualization* menjadi efektif ketika terintegrasi dengan penalaran dan strategi penyelesaian, bukan sekadar hadir sebagai produk gambar.

Perbedaan kualitas visualisasi tampak jelas pada jawaban subjek. Contohnya, pada Gambar 1 yang menampilkan jawaban S5 pada Soal 1. Hasil tersebut menunjukkan visualisasi yang mengarahkan strategi. Adapun Gambar 3 menampilkan jawaban S4 pada Soal 2 yang menunjukkan belum berkembangnya visualisasi menjadi langkah matematis. Perbandingan ini memperlihatkan bahwa visualisasi yang baik bukan sekadar kemampuan menggambar, tetapi kemampuan menggunakan gambar untuk menata dan memutuskan langkah penyelesaian.

Tabel 5 menguatkan bahwa representasi matematis merupakan titik lemah utama, terutama pada Soal 2. Tingkat representasi matematis pada Tabel 5 ditetapkan berdasarkan kemampuan subjek mentransformasikan situasi geometri ke bentuk simbolik, model, atau prosedur formal yang dapat dioperasikan.

Tabel 5. Frekuensi Tingkat Representasi Matematis Subjek

Tingkat	Kriteria umum	Soal 1	Persen-tase	Soal 2	Persen-tase
R4	Representasi formal tepat, lengkap, dan dapat dioperasikan	0	0.0%	0	0.0%
R3	Representasi formal cukup tepat, tetapi belum lengkap atau belum konsisten	7	36.8%	1	5.3%
R2	Representasi muncul, tetapi masih terbatas dan belum operasional penuh	9	47.4%	8	42.1%
R1	Representasi formal lemah atau tidak terbentuk	3	15.8%	10	52.6%
Total		19	100%	19	100%

Tabel 5 menunjukkan masih adanya subjek pada tingkat R3 di Soal 1. Artinya, sebagian subjek telah mampu mengeksternalkan ide spasial ke bentuk simbolik atau model formal sederhana.

$$P = L = t = A$$

$$\text{Jarak} = \sqrt{(A+A)^2 + A^2}$$

$$= \sqrt{4A^2 + A^2}$$

$$= \sqrt{5A^2}$$

$$= A\sqrt{5}$$

sisi P } A
 sisi L }
 sisi t }

$(A+A)$ $(A+A)$
 $= A^2 + A^2 + A^2 + A^2$
 $= 4A^2$

Gambar 5. Contoh Hasil Representasi Simbolik Soal 1 yang Cukup Baik dari Subjek pada Kategori B

Namun, pada Soal 2 lebih dari separuh subjek berada pada R1. Artinya, subjek belum mampu membangun representasi formal seperti koordinat, persamaan bidang, atau konstruksi geometri yang sesuai untuk menyatakan jarak titik ke bidang. Kelemahan representasi matematis pada Soal 2 memperlihatkan bahwa proses matematisasi formal masih menjadi hambatan utama bagi subjek pada topik geometri ruang. Artinya, hambatan subjek bukan hanya pada memahami situasi ruang, tetapi juga pada proses transformasi situasi tersebut menjadi model matematis yang dapat dioperasikan. Temuan ini didukung hasil penelitian Prawira et al., (2023) dan Prayitno et al., (2020), yang menunjukkan bahwa representasi matematis berfungsi sebagai jembatan antara informasi visual, verbal, dan simbolik dalam pemecahan masalah geometri.

Tabel 6 merangkum keseluruhan hasil analisis dari aspek spatial reasoning, visualisasi matematis, dan representasi matematis. Hasil tersebut menunjukkan bahwa pada Soal 1 lebih tampak kemampuan mental *unfolding* dan penggunaan visualisasi permukaan, sedangkan pada Soal 2 lebih tampak kemampuan koordinasi relasi ruang dan formalisasi representasi matematis.

Tabel 6. Ringkasan Kecenderungan Hasil Berdasarkan Aspek Analisis

Aspek	Soal 1	Soal 2	Kecenderungan Umum
<i>Spatial reasoning</i>	Sedang	Rendah–sedang	Subjek lebih siap pada masalah lintasan permukaan
Visualisasi	Cukup tampak	Tampak, tetapi kurang operasional	Gambar lebih membantu pada Soal 1
Representasi matematis	Sedang	Rendah	Soal 2 lebih sulit diformalkan

Sintesis ini menunjukkan bahwa ketiga aspek yang dianalisis memperlihatkan pola yang konsisten. Soal 1 lebih memungkinkan subjek menampilkan *spatial reasoning*,

visualisasi, dan representasi matematis pada tingkat sedang, sedangkan Soal 2 menunjukkan bahwa ketiga kemampuan tersebut belum berkembang secara memadai ketika masalah menuntut matematisasi yang lebih formal.

Secara keseluruhan, dapat diketahui bahwa subjek relatif lebih mampu membangun representasi awal dan visualisasi permukaan pada masalah yang dapat ditransformasikan melalui *unfolding*, tetapi masih mengalami hambatan yang nyata ketika harus membangun *spatial reasoning* yang lebih kompleks dan representasi formal pada masalah jarak titik ke bidang. Implikasinya, pembelajaran geometri ruang perlu diberi perhatian khusus pada transisi dari visualisasi awal menuju representasi formal yang tervalidasi.

Kesimpulan

Penelitian ini menunjukkan bahwa kemampuan mahasiswa baru dalam menyelesaikan soal geometri ruang tidak hanya ditentukan oleh ketepatan prosedur perhitungan, tetapi juga oleh kualitas *spatial reasoning*, visualisasi, dan representasi matematis yang dibangun sejak tahap awal penyelesaian. Mahasiswa relatif lebih mampu membangun visualisasi dan representasi permukaan dalam menentukan lintasan terpendek pada permukaan kubus, meskipun sebagian belum memberikan justifikasi minimum secara lengkap. Sebaliknya, mahasiswa mengalami kesulitan yang lebih mendasar dalam menentukan jarak titik ke bidang, terutama saat mengonstruksi bidang yang dimaksud, menentukan ruas jarak yang relevan, dan memformalkan hubungan tegak lurus. Secara komparatif, kemampuan *spatial reasoning* dan representasi matematis mahasiswa tampak lebih kuat pada Soal 1 dibandingkan Soal 2. Visualisasi muncul pada kedua soal, namun belum berfungsi secara operasional untuk mendukung pembentukan model matematis yang tepat. Dengan demikian, pembelajaran geometri ruang perlu lebih menekankan koordinasi antara representasi visual, *spatial reasoning*, dan pemodelan formal. Penelitian lanjutan disarankan untuk menggunakan wawancara berbasis tugas serta mengembangkan instrumen diagnostik yang lebih beragam guna menelusuri proses transisi mahasiswa dari visualisasi awal menuju representasi matematis yang tervalidasi

Daftar Pustaka

Adnan, S., Juniati, D., & Sulaiman, R. (2019). Students' Mathematical Representation in Geometry Problem Solving Based on Sex Differences. *International Journal of Trends in Mathematics Education Research*, 2(4), 184–187. <https://doi.org/10.33122/ijtmer.v2i4.94>



- Amalia, A. K., & Amir, M. F. (2024). Spatial Reasoning of Students with Mathematical Learning Difficulties. *Journal of Medives: Journal of Mathematics Education IKIP Veteran Semarang*, 8(2), 256. <https://doi.org/10.31331/medivesveteran.v8i2.3160>
- Creswell, J. W. (2009). *Research Design-Qualitative, Quantitative, and Mixed Methods Approaches* (3rd ed.). SAGE.
- Desai, S., Bush, S. B., & Safi, F. (2021). Mathematical Representations in the Teaching and Learning of Geometry: A Review of the Literature from the United States. In *Electronic Journal For Research In Science & Mathematics Education* (Vol. 25, Number 4).
- Evidiasari, S., Subanji, S., & Irawati, S. (2019). Students' Spatial Reasoning in Solving Geometrical Transformation Problems. *Indonesian Journal on Learning and Advanced Education (IJOLAE)*, 38–51. <https://doi.org/10.23917/ijolae.v1i2.8703>
- Fudin, M. I., Cahyono, H., Rizky, O., & Putri, U. (2022). Analysis of the Visual to Verbal Mathematical Representation Process for Junior High School Students in Solving HOTS Questions in terms of Adversity Quotient. In *Mathematics Education Journals* (Vol. 6, Number 2). Online. <http://ejournal.umm.ac.id/index.php/MEJ>
- Fujita, T., Kondo, Y., Kumakura, H., Kunimune, S., & Jones, K. (2020). Spatial reasoning skills about 2D representations of 3D geometrical shapes in grades 4 to 9. *Mathematics Education Research Journal*, 32(2), 235–255. <https://doi.org/10.1007/s13394-020-00335-w>
- Harris, D. (2023). Spatial reasoning in context: bridging cognitive and educational perspectives of spatial-mathematics relations. In *Frontiers in Education* (Vol. 8). Frontiers Media SA. <https://doi.org/10.3389/educ.2023.1302099>
- Harris, D., Logan, T., & Lowrie, T. (2021). Unpacking mathematical-spatial relations: Problem-solving in static and interactive tasks. *Mathematics Education Research Journal*, 33(3), 495–511. <https://doi.org/10.1007/s13394-020-00316-z>
- Hidayati, D. W., & Wahyuni, A. (2021). Analysis of Mathematical Representation Ability Based on Level of Reading Interest in Geometry Course. *Journal of Medives : Journal of Mathematics Education IKIP Veteran Semarang*, 5(2), 271. <https://doi.org/10.31331/medivesveteran.v5i2.1671>
- Loeb, S., Dynarski, S., McFarland, D., Morris, P., Reardon, S., & Reber, S. (2017). *Descriptive analysis in education: A guide for researchers. The National Center for Education Evaluation and Regional Assistance (NCEE) conducts unbiased, large-scale evaluations of education programs and practices.* <http://ies.ed.gov/ncee/>.
- Mulligan, J., Woolcott, G., Mitchelmore, M., & Davis, B. (2018). Connecting mathematics learning through spatial reasoning. *Mathematics Education Research Journal*, 30(1), 77–87. <https://doi.org/10.1007/s13394-017-0210-x>
- Prawira, K. Q. A., Dahlan, J. A., & Purniati, T. (2023). Pemerian Kecakapan Representasi Matematis Siswa SMP dalam materi Bangun Ruang Sisi Datar. *Tatar Pasundan: Jurnal Diklat Keagamaan*, 17(1), 96–106.

<https://doi.org/10.38075/tp.v17i1.319>

Prayitno, L. L., Purwanto, P., Subanji, S., Susiswo, S., & As'ari, A. R. (2020). Exploring students' representation process in solving ill-structured problems geometry. *Participatory Educational Research*, 7(2), 183–202. <https://doi.org/10.17275/PER.20.28.7.2>

Schoenherr, J., & Schukajlow, S. (2024). Characterizing external visualization in mathematics education research: a scoping review. *ZDM - Mathematics Education*, 56(1), 73–85. <https://doi.org/10.1007/s11858-023-01494-3>

Žakelj, A., & Klančar, A. (2022). The Role of Visual Representations in Geometry Learning. *European Journal of Educational Research*, 11(3), 1393–1411. <https://doi.org/10.12973/eu-jer.11.3.1393>