



ANALISIS KEGAGALAN PENALARAN KOVARIASIONAL MAHASISWA PENDIDIKAN MATEMATIKA

Barep Yohanes¹, Puguh Darmawan², Muhammad Ikram³

¹ Fakultas Matematika dan IPA, Universitas PGRI Banyuwangi

² Departemen Matematika, Universitas Negeri Malang

³Fakultas Matematika dan IPA, Universitas Negeri Makasar

email korespondensi : puguh.darmawan.fmipa@um.ac.id

Diterima: 22-01-2024, Revisi: 08-05-2024, Diterbitkan: 01-06-2024

ABSTRAK

Penelitian ini bertujuan untuk mengidentifikasi kegagalan penalaran kovariasional mahasiswa pendidikan matematika pada mata kuliah Metode Numerik. Penelitian ini berjenis kualitatif deskriptif dengan peneliti sebagai instrumen utama dan instrumen pendukung berupa lembar tugas, pedoman wawancara, dan dokumentasi. Subjek penelitian adalah 18 mahasiswa prodi Pendidikan Matematika, FMIPA, Universitas PGRI Banyuwangi. Hasil kerja dikelompokkan menjadi 5 berdasarkan jenis grafik fungsi yang dibuat, yaitu subjek tanpa gambar grafik fungsi (4 mahasiswa), membuat gambar grafik fungsi linear (5 mahasiswa), membuat gambar grafik fungsi kuadrat (6 mahasiswa), membuat gambar grafik fungsi polinomial (1 mahasiswa), dan membuat gambar grafik fungsi lingkaran (2 mahasiswa). Kegagalan penalaran kovariasional diidentifikasi berdasarkan 5 tindakan mental yang telah disusun Carlos. Hasil penelitian menunjukkan adanya kegagalan tindakan mental 1 pada subjek kelompok 1; kegagalan mental 2 pada subjek kelompok 1 dan 5; kegagalan mental 3 pada subjek kelompok 1 dan 4; kegagalan mental 4 pada subjek kelompok 1 dan 3; dan kegagalan mental 5 pada subjek kelompok 1 dan 2. Penelitian dapat dilanjutkan dengan menggali aspek penyebab kegagalan dalam penalaran kovariasional.

Kata kunci: kegagalan, kovariasional, penalaran

ABSTRACT

This research aims to identify failures in covariational reasoning of mathematics education students in the Numerical Methods course. This research is descriptive qualitative type with the researcher as the main instrument and supporting instruments in the form of assignment sheets, interview guides and documentation. The research subjects were 18 students from the Mathematics Education study program, FMIPA, PGRI Banyuwangi University. The work results are grouped into 5 based on the type of function graph created, namely subjects without function graphs (4 students), graphing linear functions (5 students), graphing quadratic functions (6 students), graphing polynomial functions (1 student), and graphing circle functions (2 students). Covariational reasoning failures are identified based on the 5 mental actions that Carlos has compiled. The results showed that there was failure of mental action 1 in groups 1 subjects; 2nd mental failure in subjects groups 1 and 5; 3rd mental failure in subjects groups 1 and 4; 4th mental failure in subjects groups 1 subjects and 3, and mental failure 5 in subjects groups 1 and 2. Research can be continued by exploring aspects of the causes of failure in covariational reasoning.

Keywords: *Covariational, Failure, Reasoning,*

Pendahuluan

Belajar merupakan suatu kegiatan mental yang sangat rumit untuk membangun suatu pengetahuan. Belajar terjadi karena suatu proses informasi yang diterima untuk dijadikan suatu pengetahuan. Pemrosesan informasi terjadi dalam sistem kognitif seseorang melalui hubungan antara stimulus dengan pengetahuan yang sudah dimiliki. Pemrosesan informasi dalam pembentukan pengetahuan yang dilakukan pada kegiatan belajar tersebut merupakan proses berpikir.

Berpikir merupakan suatu kegiatan menggunakan akal budi untuk mempertimbangkan dan memutuskan sesuatu atau menimbang-nimbang dalam ingatan (Subanji & Supratman, 2015). Berpikir dalam kegiatan belajar sangat penting perannya. Berpikir memiliki beberapa tingkatan mulai dari yang dasar sampai pada tingkatan yang tinggi. Terdapat 4 tingkatan berpikir yaitu, mengingat (*recall*), dasar (*basic*), kritis, dan kreatif. Tingkatan berpikir dasar, kritis, dan kreatif juga dapat disebut dengan penalaran (Thompson et al., 2017; Tyburski et al., 2021).

Penalaran merupakan suatu proses berpikir yang memiliki karakter pola berpikir logis dan bersifat analitis. Berpikir logis merupakan berpikir yang menggunakan logika tertentu dan bersifat analitis berarti mempertimbangkan konsekuensi dari pola berpikir tertentu (Subanji, 2015). Penalaran lebih spesifik lagi merupakan suatu tingkatan berpikir yang mencakup berpikir dasar, berpikir kritis, dan ber-

pikir kreatif (Thompson & Carlson, 2017). Penalaran sangat penting dalam pembelajaran matematika sekolah. Penalaran sangat erat kaitannya dengan pembuktian. NCTM (2010) menjabarkan bahwa standar proses dalam matematika sekolah adalah koneksi, komunikasi, pemecahan masalah, representasi, serta penalaran dan pembuktian. Kemampuan penalaran sangat penting dalam kegiatan pembelajaran matematika sekolah.

Pembelajaran merupakan interaksi antara pendidik, peserta didik, dan sumber belajar dalam suatu kegiatan belajar (Yohanes & Yusuf, 2021a). Pembelajaran matematika disekolah dasar ataupun menengah diupayakan untuk dapat melatih peserta didik melakukan penalaran. Peserta didik tingkat sekolah dasar terlihat mampu dalam melakukan penalaran induktif (Yohanes et al., 2023). Peserta didik tidak akan mampu untuk melakukan penalaran jika pendidik tidak memiliki kemampuan penalaran yang memadai. Kemampuan penalaran pendidik harus terbentuk mulai dari tingkat perkuliahan.

Mahasiswa pendidikan matematika merupakan mahasiswa yang dipersiapkan untuk dapat melakukan pembelajaran matematika pada tingkatan pendidikan sekolah dasar atau menengah. Mahasiswa pendidikan matematika dibekali mata kuliah matematika sekolah untuk dapat melakukan pembelajaran matematika di-tingkatan sekolah menengah (Yohanes & Yusuf, 2021a, 2021b). Mahasiswa juga dipersiapkan untuk dapat mengaplikasikan standar proses matematika sekolah terlebih proses penalaran. Penalaran mahasiswa juga terjadi, salah satunya saat perkuliahan materi kurva atau diagram kartesius. Nilai kurva akan mengalami perubahan pada suatu fungsi tertentu yang mengakibatkan perubahan kuantitas. Perubahan kuantitas yang saling berhubungan antara suatu variabel tertentu dengan variabel lainnya disebut kovariasional.

Kovariasional adalah pengkoordinasian beberapa kuantitas, perubahan salah satu kuantitas mengakibatkan perubahan kuantitas lainnya (Thompson et al., 2017; Thompson & Carlson, 2017). Menurut Slavik, kovariasional adalah hubungan antara perubahan kuantitas (Tyburski et al., 2021), yang merupakan nilai dari suatu variabel dan berpengaruh terhadap variabel lainnya. Kovariasional memberikan dampak yang signifikan terhadap kemampuan penalaran mahasiswa dalam memecahkan suatu masalah yang berhubungan dengan kurva. Permasalahan yang berhubungan dengan perubahan kuantitas dari suatu variabel dengan variabel

lainnya akan terpecahkan jika memiliki kemampuan penalaran kovariasional yang baik.

Penalaran kovariasional merupakan aktivitas mental yang berkaitan dengan pengkoordinasian dua kuantitas (variabel bebas dan variabel terikat). Penalaran kovariasional dibagi menjadi 5 tindakan mental yang telah disusun oleh Carlson dkk. (Subanji & Supratman, 2015; Thompson & Carlson, 2017). Tindakan mental tersebut terdiri dari *mental action 1* (MA 1), *mental action 2* (MA 2), *mental action 3* (MA 3), *mental action 4* (MA 4), dan *mental action 5* (MA 6). Deskripsi dari tindakan mental kerangka kerja dan kegagalan kovariasional disajikan dalam Tabel 1 berikut.

Tabel 1. Tindakan Mental pada Kerangka Kerja dan Kegagalan Perilaku Penalaran Kovariasional

NO	TINDAKAN MENTAL	DESKRIPSI	KEGAGALAN PERILAKU
1	<i>Mental Action 1</i> (MA 1)	Pengkoordinasian nilai dari satu variabel dengan perubahan variabel lain	- Tidak melabeli sumbu dengan indikasi verbal/lisan dari pengkoordinasian dua variabel (y berubah dengan perubahan x)
2	<i>Mental Action 2</i> (MA 2)	Pengkoordinasian arah perubahan satu variabel dengan perubahan variabel lain	- Tidak menggambar titik-titik yang arahnya naik - Salah menyatakan secara lisan suatu kesadaran arah perubahan output ketika mempertimbangkan perubahan input.
3	<i>Mental Action 3</i> (MA 3)	Pengkoordinasian besarnya perubahan dari satu variabel dengan perubahan variabel yang lain	- Tidak mengkonstruksi kemiringan garis - Salah menyatakan secara lisan suatu kesadaran dari besarnya perubahan output ketika mempertimbangkan perubahan input
4	<i>Mental Action 4</i> (MA 4)	Pengkoordinasian kecepatan rata-rata dari fungsi dengan kenaikan seragam dari perubahan dalam variabel input	- Tidak mengkonstruksi garis yang berdekatan untuk domain - Salah menyatakan secara lisan suatu kesadaran terhadap kecepatan perubahan output (dengan masing-masing ke input) ketika mempertimbangkan kenaikan seragam

NO	TINDAKAN MENTAL	DESKRIPSI	KEGAGALAN PERILAKU
5	<i>Mental Action 5</i> (MA 5)	Pengkoordinasian kecepatan sesaat dari fungsi dengan perubahan kontinu dalam variabel bebas untuk keseluruhan domain dari fungsi	dari input. - Tidak mengkonstruksi kurva mulus dengan tanda yang jelas dari perubahan kecekungan - Salah menyatakan secara lisan suatu kesadaran terhadap kecepatan sesaat dalam kecepatan perubahan untuk keseluruhan domain dari fungsi (arah kecekungan dan titik belok adalah benar)

Penalaran kovariasional sangat membutuhkan banyak waktu dalam pembelajaran (Ningrum et al., 2018). Penalaran kovariasional akan membantu mahasiswa dalam mengikuti mata kuliah Metode Numerik, serta menuntun mahasiswa mulai dari pemahaman pengkoordinasian perubahan nilai variabel hingga perubahan kecepatan. Pada mata kuliah ini mahasiswa mempelajari materi akar-akar persamaan, sistem persamaan linier dan non-linear, regresi, dan interpolasi. Materi-materi tersebut berhubungan dengan perubahan kuantitas dari suatu variabel dan pengaruhnya terhadap variabel lain.

Namun pada kenyataannya, mahasiswa mengalami kesulitan dan kegagalan saat diberikan suatu contoh soal pada materi sistem persamaan non-linear. Mahasiswa tidak dapat menyelesaikan contoh soal yang berhubungan dengan akar persamaan dari suatu sistem persamaan non-linear. Selain itu, mahasiswa mengalami kesulitan dalam memahami kondisi sistem persamaan non-linear yang dinyatakan dalam bentuk diagram kartesius. Kesulitan tersebut muncul dalam proses mencerna maksud dari penyelesaian sistem persamaan non-linear pada diagram kartesius. Permasalahan yang dihadapi mahasiswa ini memberikan gambaran bahwa terdapat kegagalan dalam penalaran kovariasional mahasiswa.

Berdasarkan latar belakang di atas maka dilakukan penelitian dengan tujuan mendeskripsikan penyebab kegagalan penalaran kovariasional mahasiswa pendidikan Matematika.

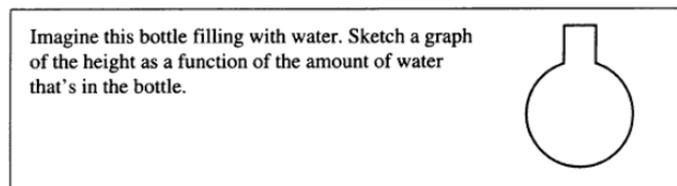
Metode Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian deskriptif kualitatif untuk mengetahui kegagalan penalaran kovariasional mahasiswa pendidikan matematika. Kegagalan penalaran kovariasional dilihat dari perilaku mahasiswa dalam menyelesaikan tugas yang diberikan.

Subjek penelitian merupakan mahasiswa angkatan 2021, Prodi Pendidikan Matematika, Universitas PGRI Banyuwangi. Penelitian dilakukan pada perkuliahan semester genap tahun pembelajaran 2022/2023 pada matakuliah Metode Numerik. Subjek penelitian sebanyak 18 mahasiswa. Angkatan ini dipilih karena sedang mempelajari materi akar-akar persamaan, sistem persamaan linear dan non-linear, regresi, dan interpolasi. Subjek juga telah menempuh mata kuliah Kalkulus II yang memuat materi menggambar grafik dan sifat-sifatnya.

Instrumen dalam penelitian ini terdiri dari instrumen utama dan pendukung. Instrumen utama dalam penelitian ini adalah peneliti sendiri sebagai perencana, pengumpul data, penganalisis data, penafsir data, dan pelapor hasil penelitian. Instrumen pendukung adalah lembar tugas, pedoman wawancara, dan dokumentasi.

Tugas pada Gambar 2 merupakan adopsi terjemahan dari instrumen lembar tugas Carlson dkk. (Thompson & Carlson, 2017) seperti Gambar 1 berikut.



Gambar 1. Lembar Tugas Carlson dkk.

Lembar tugas pada Gambar 2 diberikan sebagai stimulus kepada subjek penelitian sehingga kegagalan penalaran kovariasional dapat ditelusuri melalui kegiatan wawancara.

Soal 1.

Perhatikan gambar dibawah ini:



Bayangkan botol di atas tersebut diisi dengan air. Gambarkan suatu grafik fungsi antara ketinggian air dalam botol dan banyaknya air yang dimasukkan ke dalam botol. Berikan alasan terhadap jawaban saudara.

Gambar 2. Lembar Tugas Penelitian

Teknik analisa data yang digunakan dalam penelitian ini adalah teknik analisa data interaktif (Miles et al., 2014). Data dianalisa sejak pengumpulan data untuk menentukan aktivitas mental yang mengalami kegagalan penalaran kovariasional. Selanjutnya data mentah direduksi sedemikian hingga diperoleh data yang relevan dengan kegagalan penalaran kovariasional berdasarkan negasi pada indikator (Tabel 1). Hasil reduksi data disajikan dan menjadi dasar penarikan kesimpulan.

Teknik keabsahan data dilakukan dengan triangulasi. Triangulasi dilakukan dengan menganalisis data dari beberapa sudut pandang yaitu dari hasil tes, hasil wawancara, dan antar subjek penelitian. Teknik triangulasi mengulas kegagalan kovariasional melalui analisis secara verbal (hasil tes) dan lisan (wawancara) sesuai tindakan mental penalaran kovariasional pada Gambar 1.

Hasil dan Pembahasan

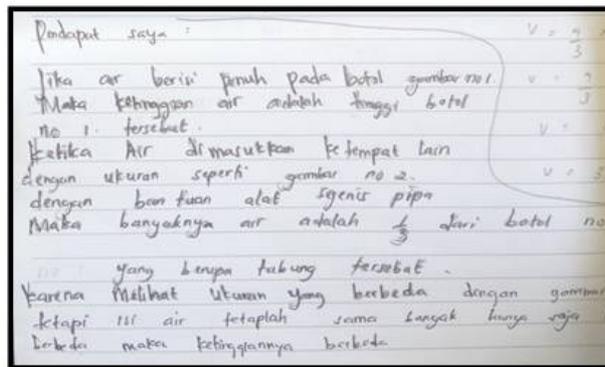
Hasil

Hasil penelitian diperoleh dari hasil kinerja subjek penelitian saat menyelesaikan tugas yang telah diberikan seperti pada Gambar 2. Hasil kerja subjek penelitian sebanyak 18 mahasiswa selanjutnya dikelompokkan berdasarkan grafik fungsi yang disajikan. Pengelompokan didasarkan pada: (1) subjek kelompok 1 yaitu mahasiswa yang memiliki hasil kerja tanpa grafik fungsi; (2) subjek kelompok 2 yaitu mahasiswa yang memiliki hasil kerja dengan grafik fungsi linear; (3) subjek kelompok 3 yaitu mahasiswa yang memiliki hasil kerja dengan grafik fungsi kuadrat; (4) subjek kelompok 4 yaitu mahasiswa yang memiliki hasil kerja dengan grafik fungsi polinomial; dan (5) subjek kelompok 5 yaitu mahasiswa yang memiliki hasil kerja dengan grafik fungsi lingkaran. Penjabaran 18 subjek penelitian disajikan dalam Tabel 2 berikut.

Tabel 2. Sebaran Jumlah Subjek Penelitian terhadap Kelompok Hasil Grafik Fungsi

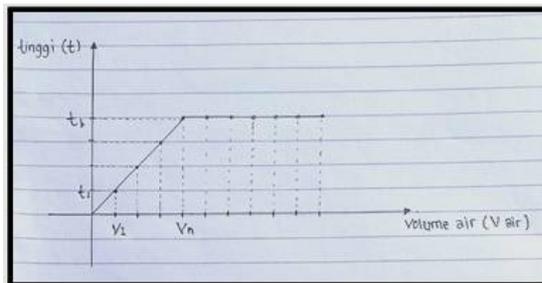
NAMA KELOMPOK	KATEGORI GRAFIK FUNGSI	BANYAK SUBJEK
1	Tanpa Grafik Fungsi	4
2	Linear	5
3	Kuadrat	6
4	Polinomial	1
5	Lingkaran	2
TOTAL		18

Subjek kelompok 1 dalam penelitian ini, memaparkan jawaban tanpa grafik fungsi. Padahal, tugas dengan jelas memberikan instruksi untuk menggambarkan grafik fungsi dari suatu botol yang diisi air seperti Gambar 2. Contoh jawaban dari salah satu subjek kelompok 1 ditunjukkan pada Gambar 3 berikut.



Gambar 3. Contoh Hasil Kerja Subjek Kelompok 1 Tanpa Pendekatan Grafik Fungsi
 Subjek kelompok 1 menjabarkan hasil kerjanya dalam suatu penjelasan tanpa menggambar grafik fungsi yang merepresentasikan hubungan ketinggian air dan banyaknya air yang dimasukkan pada botol.

Subjek kelompok 2 menuliskan hasil kerjanya dalam bentuk grafik fungsi linear yang menjelaskan bahwa pada suatu nilai ketinggian air tertentu akan konstan. Salah satu hasil kerja subjek dalam kelompok 2 disajikan pada Gambar 4 berikut.



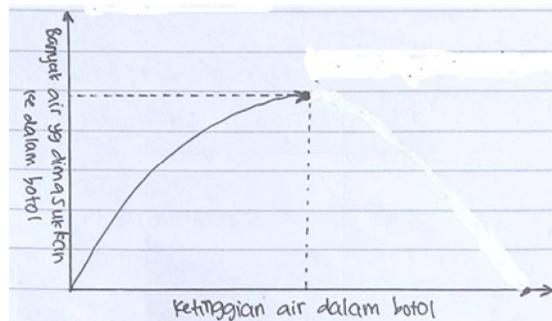
Gambar 4. Contoh Hasil Kerja Subjek Kelompok 2 dengan Pendekatan Grafik Fungsi Linear
 Subjek kelompok 2 juga menjelaskan grafik fungsi linear dengan menggunakan pemisalan nilai tertentu, serta berusaha mengilustrasikan dalam suatu nilai volume air yang dimasukkan. Salah satu hasil subjek kelompok 2 disajikan dalam narasi seperti pada Gambar 5 berikut.

* Gambar suatu grafik yang terbentuk antara ketinggian air dalam botol dan banyaknya air yang dimasukkan ke dalam botol berupa garis lurus, sehingga keduanya antara ketinggian air dan banyaknya air berbanding lurus.
Semakin besar jumlah / volume air yang dimasukkan ke dalam botol, maka semakin besar pula ketinggian air dalam botol tersebut.
* Gambar suatu grafik berubah menjadi grafik konstan saat nilai tinggi botol tertentu, sehingga sebanyak apapun volume air yang dimasukkan ke dalam botol, maka ketinggian air dalam botol tersebut akan sama.

Gambar 5. Contoh Narasi Penjelasan Hasil Kerja Subjek Kelompok 2 dengan Pendekatan Grafik Fungsi Linear

Subjek kelompok 2 menarasikan hasil kerjanya dengan menggunakan pendekatan grafik fungsi linear tanpa ilustrasi nilai volume air (Gambar 4) dan dengan penjelasan nilai volume air (Gambar 5). Grafik fungsi linear digunakan untuk merepresentasikan hubungan ketinggian air dan banyaknya air yang dimasukkan pada botol.

Subjek kelompok 3 menuliskan hasil kerjanya dalam bentuk grafik fungsi kuadrat seperti Gambar 6 yang menjelaskan hubungan ketinggian air dan banyaknya air yang dimasukkan pada botol.



Gambar 6. Gambar Grafik Fungsi yang Digambarkan Oleh Subjek Kelompok 3
Contoh penjelasan subjek pada kelompok 3 disajikan pada Gambar 7 berikut.

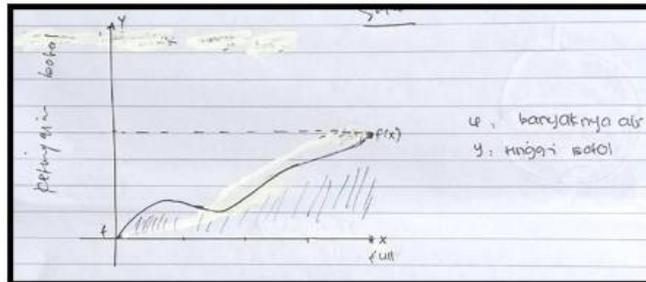
Keterangan:
Diberikan contoh gambar botol yang berisi air $\frac{1}{2}$ botol. Adapun jika digambarkan grafik akan berbentuk seperti diatas, dengan alasan digambar terlihat frekuensi volume air pertama dimasukkan berbeda dengan volume air yang dimasukkan saat sudah mencapai $\frac{1}{2}$ botol. Sehingga grafik yang dapat saya gambarkan seperti lengkungan. Karena dari botol yang berbentuk bola jadi frekuensi volume air yang masuk secara teratur meningkat.

Gambar 7. Contoh Penjelasan Hasil Kerja Subjek Kelompok 3 dengan Pendekatan Grafik Fungsi Kuadrat

Subjek kelompok 3 memandang bentuk botol yang mendekati bola sehingga cenderung menggunakan grafik fungsi bentuk lengkungan.

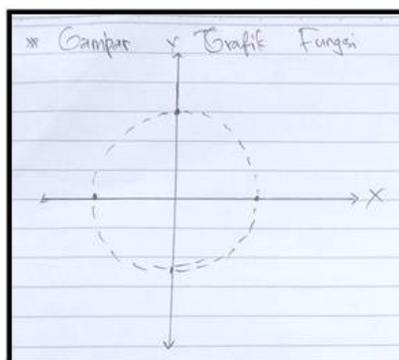
Subjek kelompok 4 menuliskan hasil kerjanya dalam bentuk pendekatan grafik fungsi polinomial yang menjelaskan hubungan ketinggian air dan banyaknya air

yang dimasukkan pada botol. Gambaran grafik fungsi polinomial disajikan pada Gambar 8 berikut.

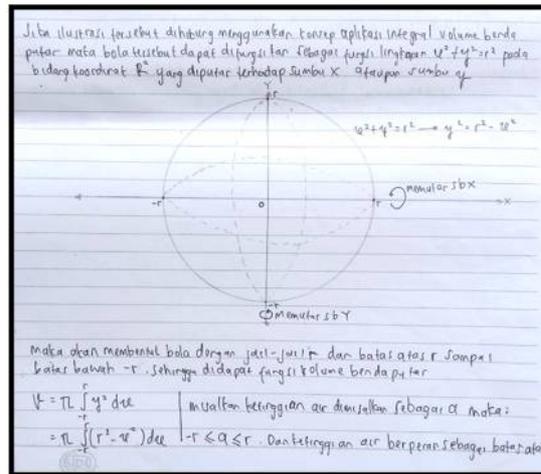


Gambar 8. Hasil Kerja Subjek kelompok 4 dengan Pendekatan Grafik Fungsi Polinomial
Subjek kelompok 4 tidak menjelaskan alasan penggunaan pendekatan grafik fungsi polinomial tersebut. Tetapi subjek menjelaskan bahwa komponen pada sumbu- X merupakan variabel yang menyatakan banyaknya air dan komponen pada sumbu- Y merupakan variabel yang menyatakan ketinggian air dalam botol.

Subjek kelompok 5 menuliskan hasil kerjanya dalam bentuk pendekatan grafik fungsi lingkaran yang menjelaskan hubungan ketinggian air dan banyaknya air yang dimasukkan pada botol. Pendekatan dengan grafik fungsi lingkaran diberikan dengan 2 tipe. Tipe pertama menggunakan lingkaran seperti pada Gambar 9 dan tipe kedua menggunakan lingkaran yang diputar sehingga membentuk bola seperti pada Gambar 10. Tipe kedua ini menggunakan pendekatan lingkaran yang diputar terhadap sumbu- X atau sumbu- Y sehingga membentuk bola, tetapi grafik fungsinya masih berada diruang dimensi 2.



Gambar 9. Contoh Hasil Kerja Subjek Kelompok 5 dengan Pendekatan Grafik Fungsi Lingkaran Tipe Pertama



Gambar 10. Contoh Hasil Kerja Subjek Kelompok 5 dengan Pendekatan Grafik Fungsi Lingkaran Tipe Kedua

Pembahasan

Hasil kerja subjek menunjukkan adanya kegagalan penalaran kovariasional yang memiliki aspek masing-masing tindakan mental. Kondisi tersebut terlihat dari kegagalan subjek yang merupakan negasi dari perilaku pada masing-masing tindakan mental pada Tabel 1.

Kegagalan Tindakan Mental 1 (MA 1)

Kegagalan penalaran kovariasional pada tindakan mental 1 (MA 1) adalah kegagalan pengkoordinasian nilai dari satu variabel dengan perubahan variabel lain. Kegagalan pada MA 1 terlihat saat subjek kelompok 1 tidak mampu melabeli sumbu koordinat dengan indikasi verbal/lisan dari pengkoordinasian dua variable (y berubah dengan perubahan x). Subjek kelompok 1 lebih menjelaskan tentang keberadaan volume air yang dimasukkan dalam botol, kurang memahami perintah soal yang meminta subjek menggambarkan suatu grafik fungsi. Kesalahan pemahaman subjek kelompok 1 terlihat dari hasil wawancara yang ditulis tebal berikut.

- Peneliti : Bagaimana saudara dapat menjawab seperti itu?
- Subjek : Ya kan yang ditanyakan tentang air yang dimasukkan pada botol dan ketinggian air di botol kan pak.
- Peneliti : Coba dilihat lagi pertanyaannya, Disitu kan disuruh untuk menggambarkan grafik fungsi!
- Subjek : **Waduh, ternyata saya salah memahami soalnya pak, Maaf pak.**

Kegagalan penalaran kovariasional MA 1 ini terlihat dari kondisi Subjek kelompok 1 yang gagal memahami soal. Gagal dalam pemahaman (miskonsepsi) soal atau ma-

salah dapat mengakibatkan kegagalan dalam pemecahan masalah (Hidayanto et al., 2020). Kegagalan penalaran kovariasional MA 1 diakibatkan oleh kegagalan pemahaman terhadap pertanyaan tugas yang diberikan. Pemahaman yang dilakukan memiliki hubungan terhadap pemecahan masalah (Fuad et al., 2019; Harini et al., 2018).

Kegagalan Tindakan Mental 2 (MA 2)

Kegagalan Penalaran Kovariasional pada tindakan mental 2 (MA 2) adalah kegagalan mengkoordinasikan arah dari satu variabel dengan perubahan variabel lain. Kegagalan MA 2 terlihat pada subjek kelompok 1 dan subjek kelompok 5 yang terjadi dalam proses menggambar titik-titik yang arahnya naik. Subjek kelompok 1 tidak menggambar grafik fungsi sehingga dikatakan tidak dapat mengkoordinasikan arah dari variabel x dengan variabel y . Adapun subjek kelompok 5 lebih fokus pada bentuk botol sehingga grafik fungsi yang dihasilkan menyerupai lingkaran atau bola (Gambar 9 dan Gambar 10).

Kegagalan MA 2 juga juga ditunjukkan dari kegagalan menyatakan secara lisan suatu kesadaran arah perubahan output ketika mempertimbangkan perubahan input. Kegagalan tersebut tampak pada subjek kelompok 5 yang lebih menghubungkan pada konsep volume botol saja dan tidak menghubungkan pada ketinggian air saat dimasukkan pada botol, serta tidak mengkoordinasikan perubahan antar variabel karena lebih melihat penentuan volume air yang dimasukkan pada botol. Penjelasan subjek kelompok 5 perihal pendekatan melalui menentukan volume air yang dimasukkan pada botol terangkum dalam hasil wawancara yang ditulis tebal berikut.

- Peneliti : Mengapa saudara menjawab seperti itu?
Subjek : Ya seperti penjelasan saya itu pak (alasan pada Gambar 9 dan Gambar 10)
Peneliti : Lalu mana yang menunjukkan grafik fungsi antara ketinggian air dan banyaknya air?
Subjek : La ya itu pak. **Saya pikir volumenya.** Karena bentuknya botol ya grafiknya seperti lingkaran. Saya kok bingung ya pak. Hehehehehe

Kegagalan tindakan mental 2 terjadi pada subjek kelompok 1 dan subjek kelompok 5 yang tidak dapat menyatakan secara verbal atau lisan terkait kesadaran arah perubahan output ketika mempertimbangkan perubahan input. Kondisi tersebut merupakan kegagalan penalaran kovariasional MA 2 yang terjadi karena tidak benar dalam menempatkan konsep matematika yang terkandung pada tugas.

Kegagalan penalaran kovariasional MA 2 terjadi saat penempatan konsep volume menjadi acuan sehingga koordinasi perubahan arah antar variabel tidak terlihat (Paoletti et al., 2019). Penempatan konsep matematika yang benar memberikan dampak dari keberhasilan penalaran kovariasional (Harini et al., 2018).

Kegagalan Tindakan Mental 3 (MA 3)

Kegagalan Penalaran Kovariasional pada tindakan Mental 3 (MA 3) adalah kegagalan dalam mengkoordinasikan besarnya perubahan dari satu variabel dengan perubahan variabel yang lain. Kondisi ini terlihat pada subjek kelompok 1 dan subjek kelompok 4 yang gagal dalam mengkoordinasikan besarnya perubahan antar variabel. Hal ini ditunjukkan pada kegagalan subjek mengkonstruksi kemiringan garis dari hubungan antara ketinggian air dengan banyaknya air. Subjek kelompok 1 tidak menggambarkan grafik fungsi sehingga menunjukkan tidak adanya koordinasi antara besarnya perubahan dari satu variabel dengan perubahan variabel yang lain.

Subjek kelompok 4 memberikan gambar grafik fungsi (Gambar 8) yang salah. Grafik yang diberikan menunjukkan perubahan yang turun pada titik tertentu, dan kondisi itu kurang tepat. Selain itu, grafik menunjukkan posisi naik, kemudian turun, dan naik lagi. Kondisi tersebut mengindikasikan subjek kelompok 4 kurang memahami bahwa ketinggian air akan terus naik saat air dimasukkan ke botol secara terus menerus, saat kondisi botol tidak bocor. Hasil kerja menunjukkan grafik fungsi yang miring dan memberikan kemungkinan bahwa subjek kelompok 4 dapat mengkonstruksi kemiringan garis.

Wawancara dengan subjek kelompok 4 menunjukkan bahwa subjek gagal secara lisan dalam menentukan suatu kesadaran dari besarnya perubahan output ketika mempertimbangkan perubahan input. Subjek kelompok 4 tidak menyadari bahwa saat air dimasukkan pada botol maka ketinggiannya akan terus naik, serta tidak mengilustrasikan dalam keadaan nyata. Hal ini terangkum dalam hasil wawancara yang ditulis tebal berikut.

- Peneliti : Bagaimana pendapat saudara terhadap gambar grafik fungsi hasil kerja tersebut (Gambar 7)?
- Subjek : Saya itu bingung lo pak gambarnya, yang saya tahu itu jelas naik terus ketinggiannya saat dimasukkan air, sehingga itu maksudnya dari titik nol atau kosong sampai maksimal atau airnya penuh.
- Peneliti : Sekarang perhatikan gambar grafik saudara itu, kenapa ditengah kok malah turun? Apa botolnya bocor? Sehingga ketinggian botolnya turun? He-

hehehehehe

Subjek : Oiya, hehehehe. Kok saya tidak kepikiran kesitu ya. **Kalau secara ilustrasi tidak mungkin turun di tengah itu pak.** Wah saya salah mengilustrasikan. Itu saya asal gambar saja yang penting dari nol sampai penuh gitu.

Subjek kelompok 1 dan kelompok 4 tidak mampu mengkoordinasi besarnya perubahan dari satu variabel dengan perubahan variabel yang lain. Hasil kerja menunjukkan konstruksi kemiringan garis, tetapi saat ditelusuri dengan wawancara menunjukkan bahwa subjek kelompok 4 kurang memahami tentang besarnya perubahan air terhadap ketinggian air. Kegagalan juga terjadi saat subjek tidak memiliki pengetahuan tentang konsep gambar grafik fungsi. Subjek kelompok 4 mungkin memiliki konsep gambar grafik, tetapi pengetahuan itu tidak sinkron dengan maksud tugas yang diberikan. Kondisi tersebut menunjukkan bahwa subjek kelompok 1 dan kelompok 4 mengalami kegagalan dalam tindakan mental 3.

Kegagalan penalaran kovariasional MA 3 terjadi saat pemahaman yang diperoleh tidak terilustrasikan dalam keadaan nyata (Umah et al., 2014). Penalaran kovariasional membutuhkan kemampuan penyusunan pola sehingga mampu mengilustrasikan suatu keadaan (Rahman et al., 2023). Ilustrasi atau imajinasi kenyataan akan memberikan representasi kognitif yang tepat pada grafik fungsi yang diharapkan pada tugas (Jaenudin, 2022).

Kegagalan Tindakan Mental 4 (MA 4)

Kegagalan Penalaran Kovariasional pada tindakan Mental 4 (MA 4) adalah kegagalan dalam mengkoordinasikan kecepatan rata-rata dari fungsi dengan kenaikan seragam dari perubahan dalam variabel input. Kegagalan ini terjadi pada subjek kelompok 1 dan kelompok 3 yang mengalami kegagalan dalam mengkonstruksi garis yang berdekatan untuk domain. Subjek kelompok 1 tidak menggambar grafik fungsi sehingga tidak mengkonstruksi garis yang berdekatan untuk domain.

Subjek kelompok 3 melihat botol sebagai bentuk bola sehingga grafiknya merupakan kurva lengkung (Gambar 6). Selain itu, subjek juga melihat banyaknya air (domain) saat dimasukkan memiliki perbedaan frekuensi yang membuat grafik fungsinya melengkung karena bentuk botol seperti bola. Subjek tampak mengalami kesulitan dan kebimbangan saat menggambar grafik fungsinya. Subjek sadar bahwa frekuensi tersebut mempengaruhi kecepatan dari ketinggian air saat dimasukkan dalam botol. Subjek juga sadar tentang kecepatan perubahan output ketika mempertimbangkan kenaikan seragam dari input, tetapi kesulitan merepresentasikan

dalam gambar. Hal ini terangkum dalam hasil wawancara yang ditulis tebal berikut.

- Peneliti : Apa yang saudara maksud dengan frekuensi air itu?
Subjek : Maksudnya itu jika air dimasukkan maka akan berbeda pak, cepatnya penuh air. Itu kan menggelembung tengahnya, jadi akan lebih lambat saat air sampai tengah botol.
Peneliti : Gambar grafik fungsi yang saudara gambar itu apa sudah mencerminkan kecepatan penuhnya air itu?
Subjek : Saya asal menggambar saja pak. Karena kalau garis lurus jelas tidak, lingkaran juga tidak, seperti sin-cos itu juga tidak. Saya gambar saja melengkung seperti itu. **Itu yang saya tahu jenis-jenis gambar kurva pak.**

Kondisi di atas menunjukkan bahwa subjek kelompok 1 dan kelompok 3 mengalami kegagalan dalam tindakan mental 4 karena tidak mampu mengkoordinasi kecepatan rata-rata dari fungsi dengan kenaikan seragam dari perubahan dalam variabel input. Kegagalan penalaran kovariasional terjadi saat subjek kelompok 1 dan 3 mengalami kebimbangan perihal grafik fungsi (Sandie et al., 2019; Sandie & Susiaty, 2020). Subjek kelompok 3 berpandangan bahwa grafik fungsi itu seperti umumnya yang selama ini ditemui, seperti: grafik fungsi linear, lingkaran, dan trigonometri. Kegagalan penalaran kovariasional terjadi karena pengetahuan tentang grafik fungsi yang kurang memadai.

Kegagalan Tindakan Mental 5 (MA 5)

Kegagalan Penalaran Kovariasional pada tindakan Mental 5 (MA 5) adalah kegagalan dalam mengkoordinasikan kecepatan sesaat dari fungsi dengan perubahan kontinu dalam variabel bebas untuk keseluruhan domain dari fungsi. Kegagalan ini dialami oleh subjek kelompok 1 dan kelompok 2. Subjek kelompok 1 mengalami kegagalan karena tidak mengkonstruksi grafik fungsi.

Subjek kelompok 2 mengalami kegagalan dalam mengkoordinasi kecepatan sesaat. Subjek lebih menekankan pada kecepatan yang tetap sehingga menghasilkan grafik fungsi seperti Gambar 4 dan Gambar 5. Kegagalan tindakan subjek kelompok 2 tampak saat mengkonstruksi kurva mulus dengan tanda yang jelas dari perubahan kecekungan. Subjek lebih memilih kurva lurus atau grafik fungsi linear. Kegagalan ini terjadi saat subjek kesulitan menentukan gambar kurvanya. Hal ini terangkum dalam hasil wawancara yang ditulis tebal berikut.

- Peneliti : Kenapa saudara menjawab bahwa hubungan ketinggian dan banyaknya air memiliki perbandingan yang sebanding?

- Subjek : Ya itu kan kalau airnya semakin banyak maka juga semakin tinggi air dalam botol
- Peneliti : Kenapa gambarnya bentuk kurva linear?
- Subjek : Pokoknya airnya dimasukkan terus kan berarti juga naik terus pak.
- Peneliti : Saudara apakah memperhitungkan jika botol tersebut di tengahnya berukuran lebih besar dibandingkan yang bawah dan atas?
- Subjek : Tidak pak, **menurut saya sama saja seperti memasukkan pada botol ukuran apapun. Pasti grafiknya seperti garis lurus itu.**

Kondisi di atas menunjukkan bahwa subjek kelompok 2 tidak memperhatikan bahwa ada bagian botol yang memiliki ukuran lebih besar. Kurang telitinya subjek kelompok 2 menyebabkan kegagalan dalam penalaran kovariasional MA 5. Kegagalan penalaran kovariasional terjadi saat subjek kelompok 2 tidak memperhatikan perubahan sesaat pada ketinggian tertentu (Hidayanto et al., 2020; Umah et al., 2014).

Kelima kondisi kegagalan tindakan mental pada penalaran kovariasional di atas dapat disajikan secara sederhana dan lengkap disajikan dalam Tabel 3 berikut.

Tabel 3. Kegagalan Kelompok Subjek terhadap Tindakan Mental Penalaran Kovariasional

KELOMPOK SUBJEK	KEGAGALAN				
	MA 1	MA 2	MA 3	MA 4	MA 5
K. Subjek 1	G	G	G	G	G
K. Subjek 2	T	T	T	T	G
K. Subjek 3	T	T	T	G	T
K. Subjek 4	T	T	G	T	T
K. Subjek 5	T	G	T	T	T

Keterangan: G: Gagal; T: Tidak Gagal

Kesimpulan

Hasil penelitian menunjukkan bahwa kelima kegagalan tindakan mental pada penalaran kovariasional, terjadi pada mahasiswa prodi pendidikan matematika dalam menyelesaikan tugas mata kuliah Numerik. Subjek dikelompokkan berdasarkan hasil konstruksi grafik fungsi saat menyelesaikan permasalahan kovariasional, yaitu: kelompok (1) subjek dengan hasil kerja tanpa grafik fungsi; kelompok (2) subjek dengan hasil kerja memuat grafik fungsi linear; kelompok (3) subjek dengan hasil kerja memuat grafik fungsi kuadrat; kelompok (4) subjek

dengan hasil kerja memuat grafik fungsi polinomial; dan kelompok (5) subjek dengan hasil kerja memuat grafik fungsi lingkaran. Kegagalan tindakan mental 1 (MA1) terjadi pada subjek kelompok 1; kegagalan tindakan mental 2 (MA2) terjadi pada subjek kelompok 1 dan 5; kegagalan tindakan mental 3 (MA3) terjadi pada subjek kelompok 1 dan 4; kegagalan tindakan mental 4 (MA4) terjadi pada subjek kelompok 1 dan 3; dan kegagalan tindakan mental 5 (MA5) terjadi pada subjek kelompok 1 dan 2. Penelitian ini belum pada taraf mengungkap faktor penyebab kegagalan, sehingga dapat dikembangkan dalam penelitian berikutnya.

Daftar Pustaka

- Fuad, Y., Ekawati, R., Sofro, A., & Fitriana, L. D. (2019). Investigating Covariational Reasoning: What Do Students Show when Solving Mathematical Problems? *Journal of Physics: Conference Series (MISEIC 2019)*, 1417(1), 1–8. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1417/1/012061>
- Harini, N. V., Fuad, Y., & Ekawati, R. (2018). Students' Covariational Reasoning in Solving Integrals' Problems. *Journal of Physics: Conference Series*, 947(1), 1–7. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/947/1/012017>
- Hidayanto, T., Zulkarnain, I., Kamaliyah, & Ismail. (2020). Penalaran Kovariasional Mahasiswa dalam Memodelkan Grafik Hubungan Antara Waktu dan Kecepatan. *Jurnal Penelitian Pembelajaran Matematika*, 13(2), 298–319. <http://dx.doi.org/10.30870/jppm.v13i2.8380>
- Jaenudin, A. (2022). Students' Covariational Reasoning Reviewed From Cognitive Styles. *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, 11(3), 2511–2522. <https://doi.org/10.24127/ajpm.v11i3.5854>
- Miles, M. B., Huberman, A. M., & Saldana, J. (2014). *Qualitative Data Analysis, A Methods Sourcebook* (3rd ed.). Sage Publications.
- NCTM. (2010). Executive Summary Principles and Standarts For School Mathematics. *Journal of Equine Veterinary Science*, 18(11), 719. [https://doi.org/10.1016/s0737-0806\(98\)80482-6](https://doi.org/10.1016/s0737-0806(98)80482-6)
- Ningrum, R. W., Fuad, Y., & Ekawati, R. (2018). Students' Covariational Reasoning in Fraction Compare Problem. *Journal of Physics: Conference Series (MISEIC 2018)*, 1108(1), 1–6. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1108/1/012108>
- Paoletti, T., Vishnubhotla, M., & Mohamed, M. (2019). Inequalitien and Systems Of Relationships: Reasoning Covariationally To Develop Productive Meanings.

Proceedings of the 41st Annual Meeting of PME-NA, 157–166.

- Rahman, F., Juniati, D., & Siswono, T. Y. E. (2023). Covariational Reasoning Profile Of Prospective Mathematics Teacher Students With Field-Independent Cognitive Style In Solving Covariation Problems. *PROXIMAL: Jurnal Penelitian Matematika Dan Pendidikan Matematika*, 6(1), 305–312. <https://doi.org/10.30605/proximal.v5i2.2300>
- Sandie, Purwanto, Subanji, & Hidayanto, E. (2019). Student difficulties in solving covariational problems. *International Journal of Humanities and Innovation (IJHI)*, 2(2), 42–47. <https://doi.org/10.33750/ijhi.v2i2.38>
- Sandie, & Susiaty, U. D. (2020). Student's Covariational Reasoning In Solving Covariational Problems Of Dynamic Events. *Journal of Education, Teaching, and Learning*, 5(2), 375–382. <http://dx.doi.org/10.26737/jetl.v5i2.2092>
- Subanji. (2015). *Teori Kesalahan Konstruksi Konsep dan Pemecahan Masalah Matematika*. Universitas Negeri Malang.
- Subanji, R., & Supratman, A. M. (2015). The Pseudo-Covariational Reasoning Thought Processes in Constructing Graph Function of Reversible Event Dynamics Based on Assimilation and Accommodation Frameworks. *Research in Mathematical Education*, 19(1), 61–79. <https://doi.org/10.7468/jksmed.2015.19.1.61>
- Thompson, P. W., & Carlson, M. P. (2017). Variation, covariation, and functions: Foundational ways of thinking mathematically. *Compendium for Research in Mathematics Education*, 421–456. https://www.researchgate.net/publication/302581485_Variation_covariation_and_functions_Foundational_ways_of_thinking_mathematically.
- Thompson, P. W., Hatfield, N. J., Yoon, H., & Joshua, S. (2017). Covariational reasoning among U.S. and South Korean secondary mathematics teachers. *Journal of Mathematical Behavior*, 48(1), 1–44. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2017.08.001>
- Tyburski, B. A., Drimalla, J., Byerley, C., & Moore, K. C. (2021). From theory to methodology: Guidance for analyzing students' covariational reasoning. *Proceedings of the 43rd Annual Meeting of PME-NA*, 1839–1849. <https://www.researchgate.net/publication/360261915>
- Umah, U., As'ari, A. R., & Sulandra, I. M. (2014). *Penalaran Kovariasional Siswa Kelas VIII B MTs Negeri Kediri 1 Dalam Mengonstruksi Grafik Fungsi*. <https://www.researchgate.net/publication/294259258>

- Yohanes, B., & Yusuf, F. I. (2021a). Intrinsic Cognitive Load in Online Learning Model of School Mathematics 1 in Covid-19 Pandemic Period. *JIPM (Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika)*, *9*(2), 59-69. <https://doi.org/10.25273/jipm.v9i2.7292>
- Yohanes, B., & Yusuf, F. I. (2021b). Teori Beban Kognitif: Peta Kognitif dalam Pemecahan Masalah pada Matematika Sekolah. *AKSIOMA: Jurnal Program Studi Pendidikan Matematika*, *10*(4), 2215-2224. <https://doi.org/10.24127/ajpm.v10i4.4033>
- Yohanes, B., Darmawan, P., & Nugroho, P. B. (2023). Penalaran Induktif Siswa Sekolah Dasar Dalam Menyelesaikan Masalah Keterbagian Bilangan Bulat. *SIGMA*, *8*(2), 84-93. http://ejournal.unira.ac.id/index.php/jurnal_sigma/article/view/1735