

---

## **MODEL PETRI NET SISTEM JARINGAN ANTREAN *MULTICHANNEL* TAK-SIKLIK 5 SERVER**

Sri Rejeki Puri Wahyu Pramesthi

Program Studi Pendidikan Matematika, IKIP WIDYA DARMA Surabaya  
email: purisrwp@gmail.com

### *Abstrak*

Artikel ini membahas tentang model petri net sistem jaringan antrean *multichannel* tak – siklik 5 server. Petri net merupakan salah satu alat untuk memodelkan sistem *event* diskrit selain menggunakan *automata* yang telah dikenal sebelumnya. Setiap *automata* dapat diubah menjadi petri net. Berdasarkan dari gambar sistem jaringan antrean *multichannel* tak-siklik 5 server, maka dapat dibentuk model petri net sistem jaringan antrean *multichannel* tak-siklik 5 server. Sehingga tidak terjadi kekacauan saat para pengunjung menerima pelayanan.

***Kata Kunci:*** Antrean, *Multichannel* Tak-Siklik, Petri Net

### **1. PENDAHULUAN**

Antrean sudah menjadi hal biasa dalam kehidupan sehari – hari kita. Pada saat berbelanja, membeli bensin, membeli tiket nonton bioskop, membayar tiket jalan tol, membeli makanan minuman cepat saji dan sebagainya. Tidak jarang terdapat antrean yang cukup panjang, meskipun loket – loket yang disediakan oleh penyedia layanan di buka secara maksimal. Pernah juga kita menunggu cukup lama untuk mendapatkan pelayanan.

Petri net merupakan salah satu alat untuk memodelkan sistem event diskrit selain menggunakan automata yang telah dikenal sebelumnya. Setiap automata dapat diubah menjadi Petri net. Artikel ini membahas tentang sistem jaringan antrean, khususnya sistem jaringan antrean *multichannel* tak – siklik 5 server. Dari konstruksi sistem jaringan antrean *multichannel* tak – siklik 5 server dapat dibentuk model petri net sistem jaringan antrean *multichannel* tak-siklik 5 server. Sehingga tidak terjadi

---

kekacauan saat para pengunjung menerima pelayanan.

### 1.1 Struktur Antrean

Atas dasar sifat proses pelayanannya, dapat diklasifikasikan fasilitas – fasilitas pelayanan dalam susunan saluran atau *channel* (*single* atau *multiple*) dan *phase* (*single* atau *multiple*) yang membentuk suatu struktur antrean yang berbeda – beda. Istilah saluran atau *channel* menunjukkan jumlah alur (tempat) untuk memasuki sistem pelayanan, yang juga menunjukkan jumlah fasilitas pelayanan. Istilah *place* berarti jumlah loket pelayanan, dimana para langganan harus melaluinya sebelum pelayanan dinyatakan lengkap (Subagyo, 2000:270). Sistem *multi channel* – *single phase* terjadi kapan saja, dimana ada dua atau lebih fasilitas pelayanan dialiri oleh antrean tunggal, sebagai contoh model ini adalah antrean pada *teller* sebuah bank, potong rambut oleh beberapa tukang potong, dan sebagainya.

### 1.2 Notasi dan Definisi Petri Net

Petri net merupakan salah satu alat untuk memodelkan sistem event diskrit selain menggunakan automata yang telah dikenal sebelumnya. Setiap automata dapat diubah menjadi Petri net.

*Definisi 2.1* (Cassandras, 1993). Petri net adalah 4-tuple  $(P, T, A, \omega)$  dengan:

- $P$  : himpunan berhingga *place*,  $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ ,
- $T$  : himpunan berhingga transisi,  $T = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}$ ,
- $A$  : himpunan arc,  $A \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$ ,
- $\omega$  : fungsi bobot,  $\omega : A \rightarrow \{1, 2, 3, \dots\}$ .

Berdasarkan Definisi 2.1 maka himpunan *place* dan transisi tidak harus berupa himpunan berhingga melainkan bisa berupa himpunan takhingga terhitung (*countable sets*). Pada hampir semua kasus yang rumit dapat dimodelkan dengan Petri net yang mempunyai *place* dan transisi berhingga. Petri net dapat digambarkan sebagai *graph* berarah. Node dari *graph* berupa *place* yang diambil dari himpunan *place*  $P$  atau transisi yang diambil dari

himpunan transisi  $T$ . Menurut (Cassandras, 1993) representasi Petri net secara grafik akan digunakan notasi  $I(t_j)$  dan  $O(t_j)$  yang masing-masing menyatakan himpunan *place* input dan output ke transisi  $t_j$ . Secara matematis definisi tersebut dapat ditulis menjadi persamaan berikut:

$$I(t_j) = \{p_i : (p_i, t_j) \in A\}$$

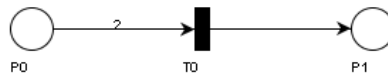
$$O(t_j) = \{p_i : (t_j, p_i) \in A\}$$

Atau bisa juga dinyatakan sebagai berikut.

$$I(p_i) = \{t_j : (t_j, p_i) \in A\}$$

$$O(p_i) = \{t_j : (p_i, t_j) \in A\}$$

Grafik Petri net terdiri dari dua macam node masing-masing lingkaran dan garis. Lingkaran menyatakan *place* sedangkan garis menyatakan transisi, sedangkan *Arc* disimbolkan dengan panah yang menghubungkan *place* dan transisi. *Arc* yang menghubungkan *place*.



**Gambar 1. Petri Net Sederhana**

### 1.3 Tanda Petri Net dan Ruang Keadaan

Transisi pada Petri net menyatakan event pada sistem event diskrit dan *place* merepresentasikan kondisi agar event dapat terjadi. Diperlukan mekanisme untuk mengindikasikan apakah kondisi telah terpenuhi. Token adalah sesuatu yang diletakkan di *place* yang menyatakan terpenuhi tidaknya suatu kondisi. Secara grafik token digambarkan dengan dot dan diletakkan di dalam *place*. Jika jumlah token besar maka dituliskan dengan angka.

#### Definisi 2.2.

Suatu penanda (*marking*)  $x$  pada Petri net adalah fungsi  $x : P \rightarrow \{0, 1, 2, \dots\}$ . *Marking* dinyatakan dengan vektor (bilangan bulat tak negatif) yang menyatakan jumlah token yaitu  $x = [x(p_1), x(p_2), \dots, x(p_n)]^T$ . Jumlah elemen  $x$  sama dengan banyak *place* di Petri net. Elemen ke- $i$  pada vektor ini merupakan

jumlah token pada *place*  $p_i$ ,  $x(p_i) \in \{0, 1, 2, \dots\}$ .

*Definisi 2.3*

Petri net bertanda (*marked*) adalah 5-tuple  $(P, T, A, \omega, x_0)$  dimana  $(P, T, A, \omega)$  adalah Petri net dan  $x_0$  adalah penanda awal.

*Definisi 2.4* (Cassandras, 1993).

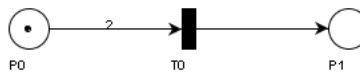
Keadaan (*state*) Petri net bertanda adalah  $x = [x(p_1), x(p_2), \dots, x(p_n)]^T$

*Definisi 2.5*

Transisi  $t_j \in T$  pada Petri net bertanda *enabled* jika  $x(p_i) \geq \omega(p_i, t_j), \forall p_i \in I(t_j)$ .



**Gambar 2. Transisi yang *enabled***



**Gambar 3. Transisi yang tidak *enabled***

1.4 *Dinamika Petri Net*

Jika Petri net digunakan untuk memodelkan sistem dinamik event diskrit, seharusnya Petri net dilengkapi dengan mekanisme yang mirip dengan transisi keadaan pada automata. Mekanisme ini berupa menjalankan token melewati jaringan (net) ketika transisi menjadi *enabled* dan proses ini mengubah keadaan Petri net. Pada saat transisi *enabled* maka dikatakan transisi tersebut dapat *difire*. Pemfirean suatu transisi akan menyebabkan perubahan tanda dalam Petri Net.

*Definisi 2.6* (Cassandras, 1993).

Fungsi perubahan keadaan pada Petri net bertanda  $(P, T, A, \omega, x_0)$  yaitu  $f : \{0, 1, 2, \dots\}^n \times T \rightarrow \{0, 1, 2, \dots\}^n$  terdefinisi untuk transisi  $t_j \in T$  jika dan hanya jika  $x(p_i) \geq \omega(p_i, t_j), \forall p_i \in I(t_j)$ .

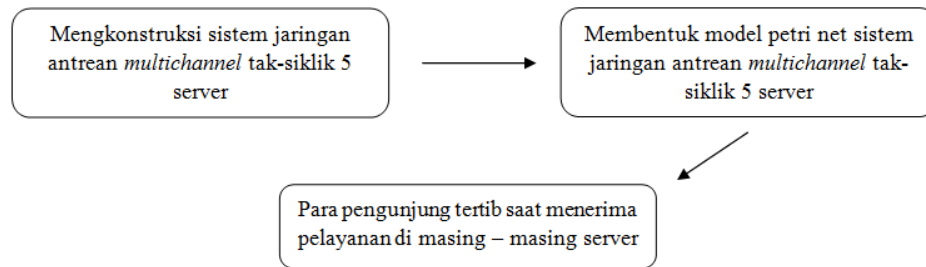
Jika  $f(x, t_j)$  terdefinisi maka ditulis  $x' = f(x, t_j)$ , dimana  $x'(p_i) = x(p_i) - w(p_i, t_j) +$

---

$$w(t_j, p_i), i = 1, 2, \dots, n.$$

## 2. METODE PENELITIAN

Peubah yang diukur yaitu sistem jaringan antrean *multichannel* tak-siklik dengan 5 server. Prosesnya dimulai dengan mengkonstruksi sistem jaringan antrean *multichannel* tak-siklik 5 server, dan kemudian dapat dibentuk model petri net sistem jaringan antrean *multichannel* tak-siklik 5 server. Berikut rangkaian proses penelitian:

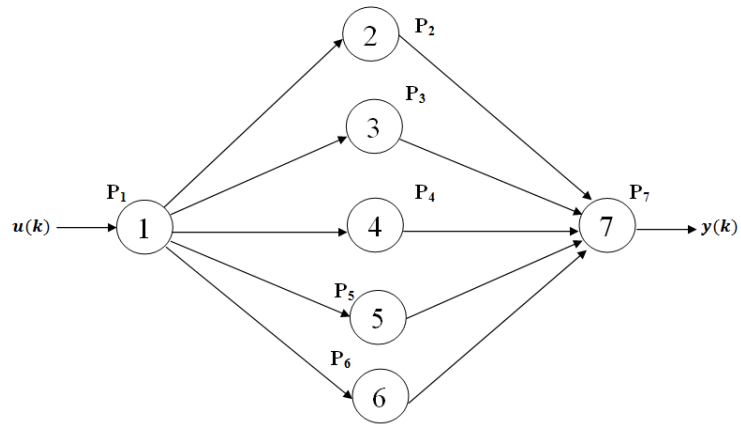


Gambar 4. Rangkaian Proses Penelitian

## 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

### 1.1 Konstruksi Sistem Jaringan Antrean Multichannel Tak-Siklik 5 Server

Dalam konstruksi sistem jaringan antrean *multichannel* tak-siklik 5 server diberikan sistem jaringan antrean *multichannel* tak-siklik dengan jumlah server sebanyak 5 server. Sistem jaringan antrean *multichannel* tak-siklik 5 server ini terdiri dari sebuah *place* kedatangan pengunjung, 5 buah *place* server, dan sebuah *place* pengunjung yang telah selesai mendapatkan pelayanan.

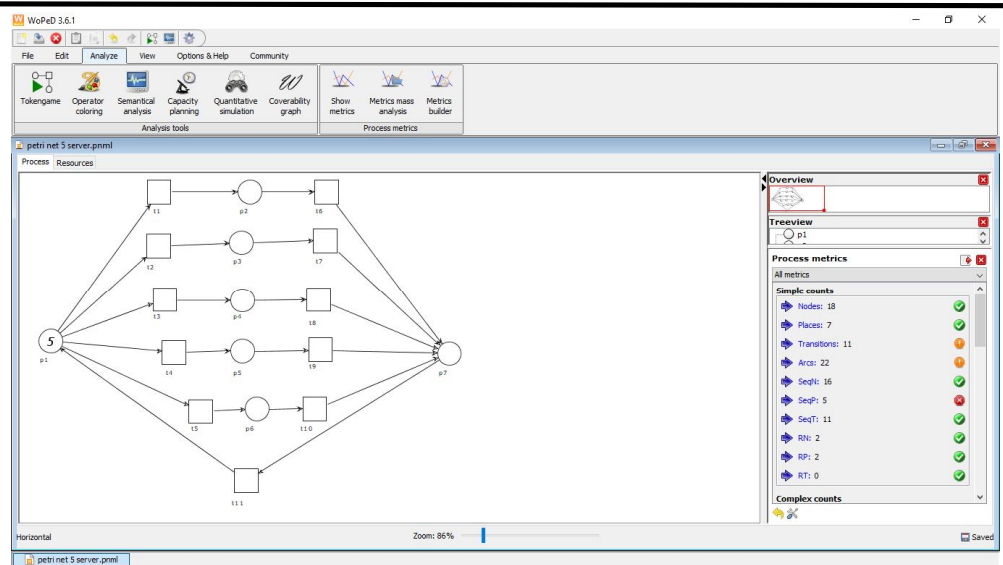


**Gambar 5. Sistem Jaringan Antrean Multichannel Tak-siklik 5 Server**

Gambar di atas merupakan gambar sistem jaringan antrean *multichannel* tak-siklik 5 server. Gambar tersebut menunjukkan bahwa terdapat 7 *place* dimana *place* 1 ( $P_1$ ) merupakan *place* kedatangan pengunjung (tempat pengunjung mengantre atau tempat pengunjung menunggu waktu untuk mendapatkan pelayanan), *place* 2 ( $P_2$ ), *place* 3 ( $P_3$ ), *place* 4 ( $P_4$ ), *place* 5 ( $P_5$ ), dan *place* 6 ( $P_6$ ) merupakan *place* server (tempat pengunjung mendapatkan pelayanan) serta *place* 7 ( $P_7$ ) merupakan *place* pengunjung yang telah mendapatkan pelayanan.

### 3.2 Model Petri Net Sistem Jaringan Antrean Multichannel Tak-Siklik 5 Server

Berdasarkan dari gambar sistem jaringan antrean *multichannel* tak-siklik 5 server berikut ini merupakan Model Petri Net Sistem Jaringan Antrean *Multichannel* Tak-Siklik 5 Server.



Gambar 6. Model Petri Net Sistem Jaringan Antrean *Multichannel* Tak-Siklik 5 Server

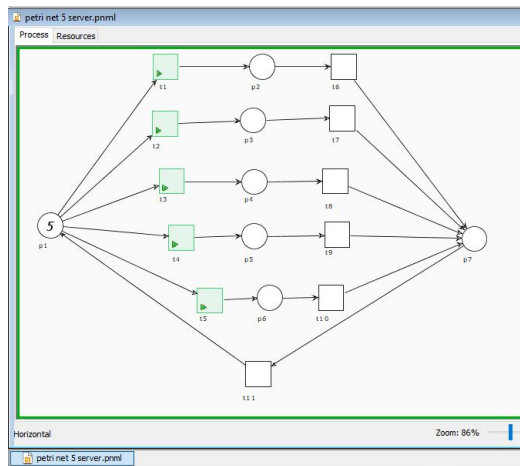
Gambar tersebut diatas menunjukkan bahwa terdapat 7 *place* yaitu  $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6,$  dan  $P_7$  serta terdapat 11 *transisi* yaitu  $t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6, t_7, t_8, t_9, t_{10}$  dan  $t_{11}$ .

Keterangan:

- $P_1$  : *place* kedatangan pengunjung (tempat pengunjung mengantre atau tempat pengunjung menunggu waktu untuk mendapatkan pelayanan)
- $P_2$  : *place* server (tempat pengunjung mendapatkan pelayanan)
- $P_3$  : *place* server (tempat pengunjung mendapatkan pelayanan)
- $P_4$  : *place* server (tempat pengunjung mendapatkan pelayanan)
- $P_5$  : *place* server (tempat pengunjung mendapatkan pelayanan)
- $P_6$  : *place* server (tempat pengunjung mendapatkan pelayanan)
- $P_7$  : *place* pengunjung yang telah mendapatkan pelayanan
- $t_1$  : Pengunjung akan mendapatkan pelayanan
- $t_2$  : Pengunjung akan mendapatkan pelayanan
- $t_3$  : Pengunjung akan mendapatkan pelayanan
- $t_4$  : Pengunjung akan mendapatkan pelayanan
- $t_5$  : Pengunjung akan mendapatkan pelayanan
- $t_6$  : Pengunjung telah mendapatkan pelayanan
- $t_7$  : Pengunjung telah mendapatkan pelayanan
- $t_8$  : Pengunjung telah mendapatkan pelayanan
- $t_9$  : Pengunjung telah mendapatkan pelayanan
- $t_{10}$  : Pengunjung telah mendapatkan pelayanan
- $t_{11}$  : Pengunjung pulang

Berikut ini merupakan proses *tokengame* dari Model Petri Net Sistem Jaringan Antrean *Multichannel Tak-Siklik 5 Server*:

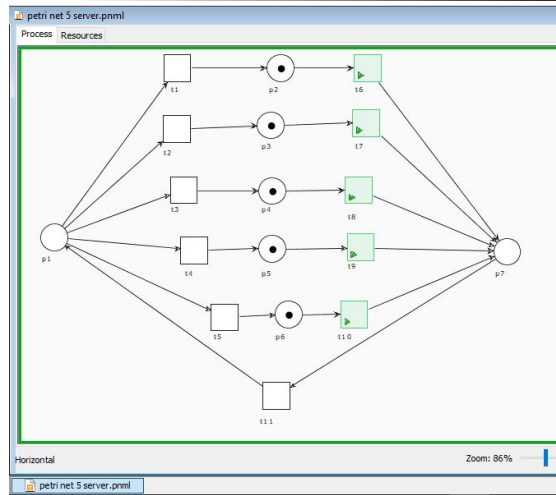
1.  $P_1$  merupakan *place* kedatangan pengunjung (tempat pengunjung mengantre atau tempat pengunjung menunggu waktu untuk mendapatkan pelayanan) dengan kapasitas sebanyak 5 pengunjung (5 token). Gambar dibawah ini merupakan proses *tokengame* dimana masing – masing *transisi* ( $t_1, t_2, t_3, t_4$  dan  $t_5$ ) siap *difire*.



**Gambar 7. Proses Tokengame dengan Transisi  $t_1, t_2, t_3, t_4$ , dan  $t_5$  Siap Difire**

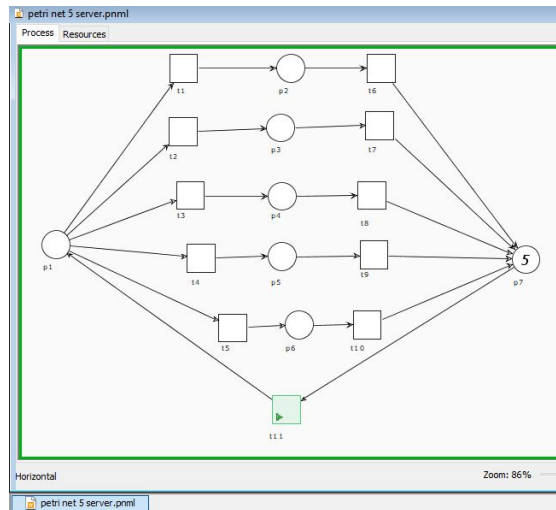
2. Gambar dibawah ini menunjukkan bahwa setelah masing – masing *transisi* ( $t_1, t_2, t_3, t_4$ , dan  $t_5$ ) *difire*, maka 5 token menempati masing – masing *place server*. Artinya 5 pengunjung dilayani di masing – masing *server*, dimana *servernya* berjumlah 5 *server*. Sedangkan *transisi* ( $t_6, t_7, t_8, t_9$ , dan  $t_{10}$ ) siap *difire*.





**Gambar 8. Transisi t6, t7, t8, t9, dan t10 Siap Difire**

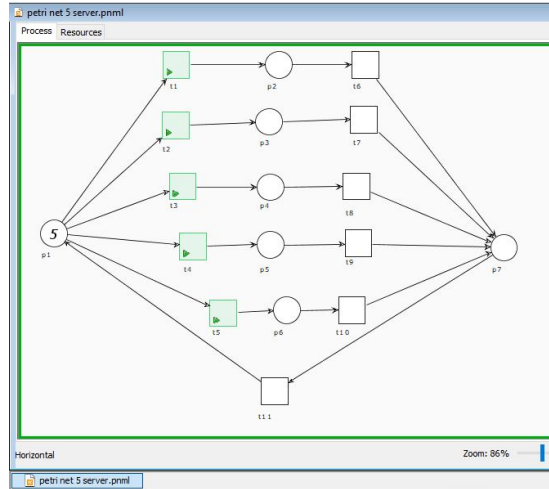
3. Gambar berikut merupakan gambar yang menunjukkan bahwa masing – masing *transisi* (t6, t7, t8, t9, dan t10) sudah *difire* dan semua token dari *place* server berpindah ke *place* P7 yaitu *place* pengunjung yang telah mendapatkan pelayanan sebanyak 5 pengunjung (5 token). Sedangkan di *transisi* t11 siap untuk *difire*. Artinya terdapat 5 pengunjung telah mendapatkan pelayanan di masing – masing *server*.



**Gambar 9. Transisi t6, t7, t8, t9, dan t10 Sudah Difire dan Semua Token dari Place Server Berpindah ke Place P7**

4. Gambar dibawah ini menunjukkan bahwa seperti keadaan awal sebelum tokengame dilakukan. P1 yaitu *place* kedatangan pengunjung (tempat pengunjung mengantre atau tempat pengunjung menunggu waktu untuk

mendapatkan pelayanan) terdapat 5 pengunjung yang siap menerima pelayanan di masing – masing *server*. Artinya *transisi* (t1, t2, t3, t4, dan t5) siap *difire*.



Gambar 10. *Transisi t1, t2, t3, t4, dan t5 Siap Difire*

Model petri net pada sistem jaringan antrean *multichannel* tak – siklik 5 server dapat membantu pengunjung agar tidak terjadi kekacauan saat para pengunjung menerima pelayanan.

#### 4. KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan konstruksi gambar sistem jaringan antrean *multichannel* tak-siklik 5 server, maka dapat dibentuk model petri net sistem jaringan antrean *multichannel* tak-siklik 5 server. Sehingga tidak terjadi kekacauan saat para pengunjung menerima pelayanan. Untuk penelitian berikutnya dapat dibahas tentang aplikasi pada sistem jaringan antrean dengan asumsi yang lebih kompleks.

#### 5. REFERENSI

- Cassandras, C.G. (1993), *Discrete Event Systems: Modelling and Performance Analysis*, Aksen Associates Incorporated Publishers, Boston.
- Cechlarova, Katarina. (2005), “Eigenvectors of Interval Matrices over Max-Plus Algebra”, *Journal of discrete Applied Mathematics*, vol. 150, hal. 2 – 15.

- 
- Puri WP, Sri Rejeki. (2010). *Analisis Sistem Jaringan Antrean Dengan Elemen – Elemen Matriks Adjacen Berupa Interval Dalam Aljabar Max – Plus*, Tesis Magister Matematika, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.
- Rudhito M. Andy and Suparwanto Ari. (2008), “Pemodelan Aljabar Max-Plus dan Evaluasi Kinerja Jaringan Antrian Fork-Join Taksiklik Dengan Kapasitas Penyangga Takhingga”, *Prosiding Seminar Nasional Sains Dan Pendidikan Sains 2008, Fakultas Sains Dan Matematika UKSW*, hal. B3-1 – B3-13, Januari 2008.
- Subagyo, P. 2000. *Dasar – dasar Operation Research*. Yogyakarta: BPFE.
- Subiono. (2000). *On classes of min-max-plus systems and their application*, Thesis Ph.D., Technische Universiteit Delft, Delft.
- Subiono. (2009). *Aljabar Max-Plus*, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.