

ANALISIS DINAMIKA MODEL EPIDEMI SEIQR-SI PENYEBARAN WORM BEBAS WI-FI PADA SMARTPHONE

Regina Mohamad¹, Lailany Yahya², Resmawan³, Agusyarif Rezka Nuha⁴

^{1,2,3,4}Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Gorontalo

email korespondensi: egymohamad.rm@gmail.com

Diterima : (04-02-2021), **Revisi:** (07-06-2021), **Diterbitkan :** (14-06-2021)

ABSTRAK

Artikel ini membahas model matematika SEIQR-SI penyebaran *worm* berbasis *Wi-Fi* pada *smartphone*. *Worm* berbasis *Wi-Fi* termasuk perangkat lunak yang mampu mereplikasi dirinya untuk mencoba memecahkan kata sandi setiap router *Wi-Fi* baru yang ditemuinya tanpa bantuan manusia. Analisis model dilakukan dengan menentukan titik kesetimbangan beserta kestabilannya. Hasil analisis menunjukkan bahwa model SEIQR-SI memiliki dua titik kesetimbangan yaitu titik kesetimbangan bebas *worm* dan titik kesetimbangan endemik. Titik setimbang bebas *worm* stabil asimtotik lokal jika $R_0 < 1$, sedangkan titik setimbang endemik stabil asimtotik lokal jika $R_0 > 1$. Pada bagian akhir diberikan simulasi secara numerik yang menunjukkan peningkatan laju karantina oleh *Wi-Fi base station* pada *worm* dapat menekan jumlah node *smartphone* dan *Wi-Fi* yang terinfeksi *worm*.

Kata kunci: Worm, Wi-Fi, Model SEIQR-SI, Titik Kesetimbangan, Smartphone.

ABSTRACT

This article discusses the SEIQR-SI mathematical model for the spread of a Wi-Fi based worm on smartphones. A Wi-Fi-based worm is a self-replicating software that tries to crack the password of a new Wi-Fi router it finds without human assistance. The Model analysis is performed by determining the point of equilibrium and its stability properties. The results of the analysis show that the SEIQR-SI model has two points of equilibrium, namely a worm-free equilibrium point and an endemic equilibrium point. The worm-free equilibrium point is locally asymptotically stable if $R_0 < 1$, while the endemic equilibrium point is locally asymptotically stable if $R_0 > 1$. In the end, a numerical simulation is given which shows that the increase in the rate of quarantine by Wi-Fi base station on the worm can reduce the number of smartphone and Wi-Fi nodes infected with the worm.

Key words: Worm, Wi-Fi, SEIQR-SI Model, Equilibrium Point, Smartphone.

Pendahuluan

Pada saat ini teknologi telah menjadi kebutuhan dasar di kalangan masyarakat. Salah satunya adalah pemakaian *smartphone* dan *Wi-Fi* (*Wireles Fidelity*) dalam mengakses internet untuk kepentingan komunikasi dan berbagi informasi. Semakin banyak pengguna *smartphone* yang menggunakan *Wi-Fi* untuk mengakses internet akan menyebabkan *smartphone* rentan terkena serangan *malware*. Berdasarkan data *Symantec Security*, jumlah *malware* telah meningkat secara eksponensial dari pertama kali kemunculannya pada tahun 1986, hingga saat ini jumlah *malware* telah melebihi 74.000 dengan jenis yang berbeda (Mishra & Anshari, 2012).

Salah satu jenis *malware* yang berbahaya adalah *worm* berbasis *Wi-Fi* yang dikenal dengan sebutan *chameleon*. *Chameleon* merupakan jenis *worm* berbasis *Wi-Fi* yang dapat diibaratkan seperti organisme yang menular secara biologis, bergerak melalui jaringan *Wi-Fi* seperti penyakit di udara pada manusia. *Chameleon* mampu mereplikasi dirinya untuk mencoba memecahkan kata sandi setiap router *Wi-Fi* baru yang ditemuinya tanpa bantuan manusia. *Chameleon* menyebar melalui *access point* diantara jaringan *Wi-Fi* dengan tidak mempengaruhi cara kerja dari *access point* tersebut, tetapi mampu mengumpulkan data-data pengguna *Wi-Fi* lain yang terhubung dengannya, seperti kata sandi, kartu kredit, atau akun bank yang dapat merugikan pengguna (Scharr, 2014).

Masalah penyebaran *malware* dapat dianalisis secara matematis dengan melibatkan model matematika. Piqueira & Araujo (2009); Ren, dkk. (2012a); Ren, dkk. (2012b) membahas model penyebaran *malware* dengan menggunakan tipe model SIR (*Susceptible-Infectious-Recovered*), sedangkan Mishra & Pandey (2014) membahas model penyebaran *worm* dengan tipe SEIR (*Susceptible-Exposed-Infectious-Recovered*) dimana dalam penyebarannya *malware* memerlukan beberapa waktu untuk menginfeksi perangkat komputer.

Penelitian tentang penyebaran *worm* berbasis *Wi-Fi* telah banyak dilakukan hingga saat ini, diantaranya oleh Elyashar, dkk. (2020); Milliken, Selis, & Marshall (2013); Utoyo & Nurafifah (2018); Yuan & Chen (2008). Model terbaru tentang epidemi *worm* menggunakan tipe SEIQR dapat dilihat pada Hu, Gao, & Wang (2021), Xiao, dkk. (2017); Zhu, dkk. (2012). Xiao, dkk. (2017) membahas model penyebaran *worm* berbasis *Wi-Fi* dengan tipe SEIQR. *Smartphone* yang terinfeksi

worm (I) akan dikarantina oleh *Wi-Fi Base Station* dengan cara memutuskan koneksi antara *Smartphone* yang terinfeksi *worm (I)* dengan *Smartphone* lainnya.

Pada penelitian ini dibahas model SEIQR yang diperkenalkan oleh Xiao, dkk. (2017) dengan modifikasi berupa penambahan populasi *Wi-Fi* yaitu populasi *Wi-Fi* yang rentan terhadap *worm* dan populasi *Wi-Fi* yang terinfeksi *worm*. Hal ini diperlukan karena *Chameleon* merupakan jenis *worm* berbasis *Wi-Fi* yang dalam penyebarannya, *worm* ini menginfeksi *Wi-Fi* terlebih dahulu sebelum menginfeksi *smartphone* yang terhubung dengannya (Scharr, 2014). Proteksi *Wi-Fi* yang lemah akan menyebabkan *Wi-Fi* menjadi lebih rentan terhadap serangan *worm*. Model yang terbentuk dilakukan analisis stabilitas dan secara khusus diberikan simulasi numerik untuk melihat kontribusi perlakuan karantina pada *worm* terhadap jumlah node *smartphone* dan *Wi-Fi* yang terinfeksi *worm*.

Metode Penelitian

Metode yang digunakan pada penelitian ini adalah metode studi literatur dengan menelusuri serta mempelajari referensi yang berkaitan dengan model matematika pada penyebaran *worm*. Langkah-langkah yang dilakukan adalah sebagai berikut: (1) menentukan asumsi-asumsi untuk membuat diagram kompartemen baru, (2) merekonstruksi model berdasarkan asumsi-asumsi yang dibuat, (3) mencari formulasi bilangan reproduksi dasar dan titik kesetimbangan, (4) melakukan analisis stabilitas pada titik kesetimbangan, serta (5) simulasi numerik dan interpretasi sebagai bentuk konfirmasi terhadap hasil analisis. Validasi diberikan dalam bentuk interpretasi kesesuaian hasil analitik dengan simulasi secara numerik.

Hasil dan Pembahasan

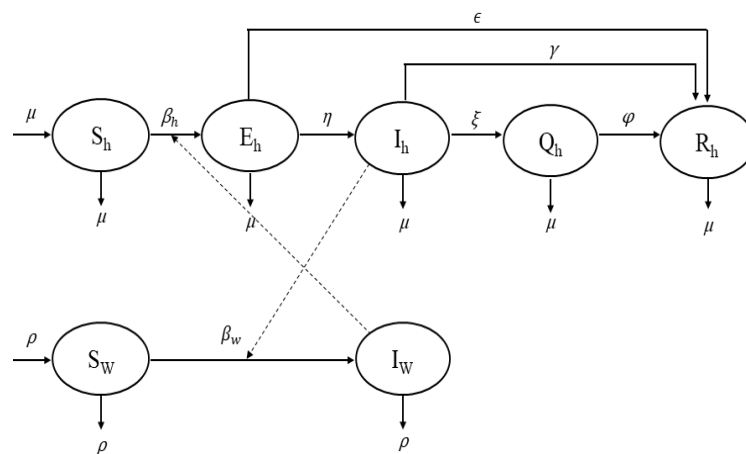
Model Matematika

Beberapa asumsi yang digunakan pada perumusan model yaitu semua node dianggap rentan terhadap serangan *worm*, laju masuknya node baru ke kelompok rentan sama dengan laju kerusakan alami pada sistem, dan tidak ada populasi *Wi-Fi* yang pulih.

Node *smartphone* yang rentan terhadap serangan *worm* (S_n) dalam hal ini

adalah semua jenis *smartphone*. Apabila node S_h terhubung dengan *Wi-Fi* yang telah terinfeksi *worm* akan mengakibatkan node ini menjadi node *smartphone* laten (E_h), yaitu node terinfeksi *worm* tetapi belum mampu menyebarkan *worm* ke node lain. Setelah melewati periode tertentu, node E_h akan menjadi node *smartphone* yang terinfeksi *worm* dan mampu menyebarkan *worm* ke node lain (I_h). Node I_h akan dikarantina dengan bantuan *Wi-Fi Base Station* yang berfungsi sebagai pengontrol jaringan (meneruskan atau memutus) koneksi. Dengan memutus koneksi antara node I_h dengan node lain, maka node I_h akan menjadi node *smartphone* yang dikarantina (Q_h). Pada saat dikarantina kita dapat mengambil tindakan berupa *patching* dan penggunaan antivirus untuk menghapus sumber *worm* sehingga node yang dikarantina akan menjadi node yang pulih (R_h) yaitu node yang sudah bebas *worm*.

Selanjutnya, populasi *Wi-Fi* yang rentan terhadap serangan *worm* (S_w) dalam hal ini adalah *Wi-Fi* yang tidak memiliki proteksi yang kuat seperti kata sandi. Sedangkan I_w adalah populasi *Wi-Fi* yang telah terinfeksi *worm*. Secara skematis, pola penyebaran *worm* berbasis *Wi-Fi* disajikan pada Gambar 1.



Gambar 1. Diagram Kompartemen SEIQR-SI

Dari diagram kompartemen pada Gambar 1, diperoleh sistem persamaan diferensial berikut:

$$\begin{aligned}
 \frac{ds_h}{dt} &= \mu - \beta_h s_h i_w - \mu s_h \\
 \frac{de_h}{dt} &= \beta_h s_h i_w - (\eta + \epsilon + \mu) e_h \\
 \frac{di_h}{dt} &= \eta e_h - (\xi + \gamma + \mu) i_h \\
 \frac{dq_h}{dt} &= \xi i_h - (\psi + \mu) q_h \\
 \frac{dr_h}{dt} &= \epsilon e_h + \gamma i_h + \psi q_h - \mu r_h \\
 \frac{ds_w}{dt} &= \rho - \beta_w s_w i_h - \rho s_w \\
 \frac{di_w}{dt} &= \beta_w s_w i_h - \rho i_w
 \end{aligned} \tag{1}$$

dengan parameter-parameter disajikan pada Tabel 1.

Tabel 1. Parameter Model SEIQR-SI

Parameter	Keterangan
μ	Laju masuknya node baru ke populasi dan laju kerusakan alami node
β_h	Laju kontak antara nodes <i>martphone</i> yang rentan dengan <i>Wi-Fi</i> yang terinfeksi
φ	Laju transisi dari node <i>smartphone</i> yang dikarantina menjadi node yang pulih
γ	Laju transisi dari node <i>smartphone</i> yang terinfeksi menjadi node yang pulih
ϵ	Laju transisi dari node <i>smartphone</i> yang laten menjadi node yang pulih
η	Laju transisi dari node <i>smartphone</i> yang laten menjadi node yang terinfeksi
ξ	Laju transisi dari node <i>smartphone</i> yang terinfeksi menjadi node yang dikarantina
ρ	Laju masuknya <i>Wi-Fi</i> baru ke populasi dan laju kerusakan alami <i>Wi-Fi</i>
β_w	Laju kontak antara node <i>smartphone</i> yang terinfeksi dengan <i>Wi-Fi</i> yang rentan

Titik Keseimbangan

Titik kesetimbangan model diperoleh pada kondisi $\frac{ds_h}{dt} = \frac{de_h}{dt} = \frac{di_h}{dt} = \frac{dq_h}{dt} =$

$\frac{ds_w}{dt} = \frac{di_w}{dt} = 0$ menghasilkan 2 titik kesetimbangan, yaitu titik kesetimbangan

bebas worm ($i_h = i_w = 0$),

$$P_0 = (s_h, e_h, i_h, q_h, r_h, s_w, i_w) = (1, 0, 0, 0, 0, 1, 0)$$

dan titik tetap endemik ($i_h, i_w \neq 0$),

$$P_1 = (s_h^*, e_h^*, i_h^*, q_h^*, r_h^*, s_w^*, i_w^*)$$

dengan

$$s_h^* = \frac{\beta_w \eta \mu + \eta \xi \rho + \epsilon \xi \rho + \mu \xi \rho + \eta \gamma \rho + \epsilon \gamma \rho + \mu \gamma \rho + \eta \mu \rho + \epsilon \mu \rho + \mu^2 \rho}{\eta \beta_w (\beta_h + \mu)}$$

$$e_h^* = \frac{\mu (\eta \xi \rho + \eta \gamma \rho + \eta \mu \rho + \epsilon \xi \rho + \epsilon \gamma \rho + \epsilon \mu \rho - \beta_w \eta \beta_h + \mu \xi \rho + \mu \gamma \rho + \mu^2 \rho)}{\eta \beta_w (\eta \beta_h + \eta \mu + \epsilon \beta_h + \epsilon \mu + \mu \beta_h + \mu^2)}$$

$$i_h^* = -\frac{\mu (\eta \xi \rho + \eta \gamma \rho + \eta \mu \rho + \epsilon \xi \rho + \epsilon \gamma \rho + \epsilon \mu \rho - \beta_w \eta \beta_h + \mu \xi \rho + \mu \gamma \rho + \mu^2 \rho)}{\beta_w (\eta \beta_h + \eta \mu + \epsilon \beta_h + \epsilon \mu + \mu \beta_h + \mu^2) (\xi + \gamma + \mu)}$$

$$q_h^* = -\frac{\xi \mu (\eta \xi + \eta \gamma \rho + \eta \mu \rho + \epsilon \xi \rho + \epsilon \gamma \rho + \epsilon \mu \rho - \beta_w \eta \beta_h + \mu \xi \rho + \mu \gamma \rho + \mu^2 \rho)}{(\xi \psi \beta_w + \xi \mu \beta_w + \gamma \psi \beta_w + \gamma \mu \beta_w + \mu \psi \beta_w + \mu^2 \beta_w) (\eta \beta_h + \eta \mu + \epsilon \beta_h + \epsilon \mu + \mu \beta_h + \mu^2)}$$

$$r_h^* = -\frac{(\eta \xi \rho + \eta \gamma \rho + \eta \mu \rho + \epsilon \xi \rho + \epsilon \gamma \rho + \epsilon \mu \rho - \beta_w \eta \beta_h + \mu \xi \rho + \mu \gamma \rho + \mu^2 \rho)}{\eta (\xi \psi \beta_w + \xi \mu \beta_w + \gamma \psi \beta_w + \gamma \mu \beta_w + \mu \psi \beta_w + \mu^2 \beta_w) (\eta \beta_h + \eta \mu + \epsilon \beta_h + \epsilon \mu + \mu \beta_h + \mu^2)} \times$$

$$(\epsilon \xi \psi + \epsilon \xi \mu + \epsilon \gamma \psi + \epsilon \gamma \mu + \epsilon \mu \psi + \epsilon \mu^2 - \eta \gamma \psi - \eta \gamma \mu - \eta \psi \xi)$$

$$s_w^* = \frac{\rho (\eta \beta_h + \eta \mu + \epsilon \beta_h + \epsilon \mu + \mu \beta_h + \mu^2) (\xi + \gamma + \mu)}{\beta_h (\eta \beta_w \mu + \eta \rho \xi + \eta \rho \gamma + \eta \rho \mu + \epsilon \rho \xi + \epsilon \rho \gamma + \epsilon \rho \mu + \mu \rho \xi + \mu \rho \gamma + \mu^2 \rho)}$$

$$i_w^* = -\frac{\mu (\eta \xi \rho + \eta \gamma \rho + \eta \mu \rho + \epsilon \xi \rho + \epsilon \gamma \rho + \epsilon \mu \rho - \beta_w \eta \beta_h + \mu \xi \rho + \mu \gamma \rho + \mu^2 \rho)}{\beta_h (\beta_w \eta \mu + \eta \xi \rho + \epsilon \xi \rho + \mu \xi \rho + \eta \gamma \rho + \epsilon \gamma \rho + \mu \gamma \rho + \eta \mu \rho + \epsilon \mu \rho + \mu^2 \rho)}$$

Bilangan Reproduksi Dasar

Bilangan reproduksi dasar diperoleh dengan menggunakan metode matriks *next generation* (Resmawan & Nurwan, 2017; van den Driessche & Watmough, 2002). Matriks *next generation* dapat diperoleh dari kelas populasi terinfeksi pada sistem persamaan (2). Bilangan reproduksi dasar R_0 merupakan radius spektral dari matriks K , dengan $K = FV^{-1}$. Dari matriks ini diperoleh nilai R_0 sebagai berikut:

$$R_0 = \frac{\eta \beta_h \beta_w}{(\eta + \epsilon + \mu) (\xi + \gamma + \mu) \rho} \quad (2)$$

Analisis Kestabilan Titik Setimbang Bebas Worm

Sifat kestabilan titik kesetimbangan bebas worm P_0 disajikan pada Teorema 1.

Teorema 1. Titik setimbang bebas worm akan stabil asimtotik lokal jika $R_0 < 1$ dan tidak stabil pada kondisi lainnya.

Bukti.

Berdasarkan sifat akar persamaan kubik, diperoleh persamaan berikut

$$\begin{aligned}\lambda_5 + \lambda_6 + \lambda_7 &= -a_1 \\ \lambda_5\lambda_6 + \lambda_5\lambda_7 + \lambda_6\lambda_7 &= a_2 \\ \lambda_5\lambda_6\lambda_7 &= -a_3\end{aligned}\tag{3}$$

Karena $a_1 > 0$ maka diperoleh

$$\lambda_5 + \lambda_6 + \lambda_7 < 0\tag{4}$$

Dari persamaan (4) terlihat bahwa jumlah ketiga nilai eigen tersebut bernilai negatif. Hal ini berarti bahwa terdapat paling sedikit satu nilai eigen yang bernilai negatif, misalkan $\lambda_5 < 0$

Karena $a_2 > 0$ maka diperoleh

$$\begin{aligned}\lambda_5\lambda_6 + \lambda_5\lambda_7 + \lambda_6\lambda_7 &> 0 \\ \lambda_5(\lambda_6 + \lambda_7) + \lambda_6\lambda_7 &> 0\end{aligned}\tag{5}$$

Selanjutnya akan ditunjukkan $\lambda_5\lambda_6\lambda_7 < 0$.

berdasarkan persamaan (2) diperoleh

$$\begin{aligned}\frac{\eta\beta_h\beta_w}{(\eta + \epsilon + \mu)(\xi + \gamma + \mu)\rho} &< 1 \\ \eta\beta_h\beta_w &< (\eta + \epsilon + \mu)(\xi + \gamma + \mu)\rho \\ \eta\beta_h\beta_w - (\eta + \epsilon + \mu)(\xi + \gamma + \mu)\rho &< 0 \\ -(\eta\beta_h\beta_w - (\eta + \epsilon + \mu)(\xi + \gamma + \mu)\rho) &> 0 \\ -\eta\beta_h\beta_w + (\eta + \epsilon + \mu)(\xi + \gamma + \mu)\rho &> 0 \\ a_3 &> 0\end{aligned}$$

Akibatnya

$$\lambda_5\lambda_6\lambda_7 < 0\tag{6}$$

Karena $\lambda_5 < 0$ dan persamaan (5) terpenuhi maka

$$\lambda_6\lambda_7 > 0\tag{7}$$

Berdasarkan persamaan (6) dan (8) maka diperoleh

$$\lambda_6 + \lambda_7 < 0\tag{8}$$

Persamaan (7) dan (8) terpenuhi jika dan hanya jika $\lambda_6 < 0$ dan $\lambda_7 < 0$. Hal ini berarti bahwa ketiga nilai eigen tersebut bernilai negatif ($\lambda_5 < 0$, $\lambda_6 < 0$ dan $\lambda_7 < 0$) mengakibatkan semua nilai bernilai negatif. Sebaliknya, jika $\lambda_6 > 0$ atau $\lambda_7 > 0$ maka terdapat nilai eigen yang positif. Terbukti, jika $R_0 < 1$ maka titik setimbang bebas worm bersifat stabil asimtotik lokal dan tidak stabil kondisi lainnya. \square

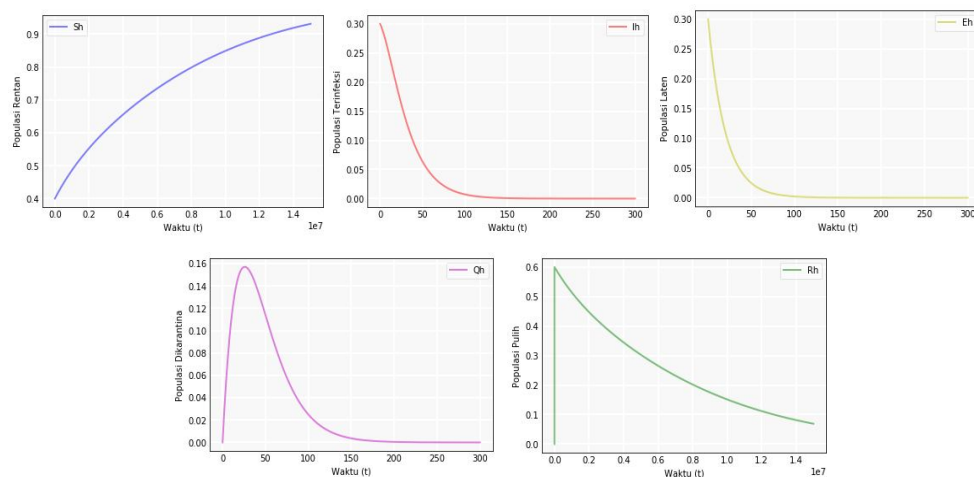
Simulasi Numerik

Dinamika populasi node *smartphone* dan populasi *Wi-Fi* diamati saat $R_0 < 1$ dan $R_0 > 1$ dengan menggunakan nilai $N_h = 10000$ dan $N_w = 5000$. Adapun nilai awal yang digunakan adalah $s_h(0) = 0.4$, $e_h(0) = 0.3$, $i_h(0) = 0.3$, $q_h(0) = 0$, $r_h(0) = 0$, $s_w(0) = 0.6$, $i_w(0) = 0.4$. Simulasi numerik dilakukan mengacu pada nilai parameter yang mengacu pada Tabel 2. Nilai parameter pada Tabel 2 diperoleh dari referensi terkait dan beberapa asumsi diberikan menyesuaikan dengan bilangan reproduksi dasar untuk mengkonfirmasi dinamika yang terjadi pada kondisi $R_0 < 1$ maupun $R_0 > 1$.

Tabel 2. Nilai Parameter

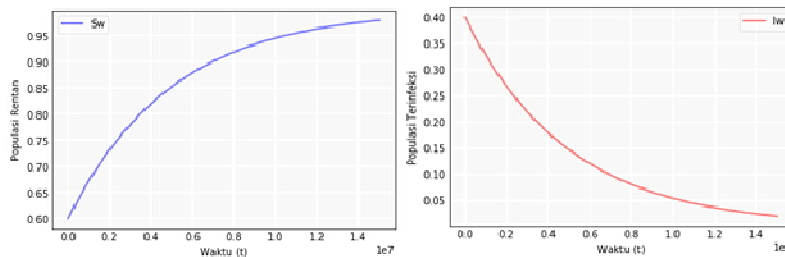
Parameter	$R_0 < 1$		$R_0 > 1$	
	Nilai	Sumber	Nilai	Sumber
μ	0.0000003	(Xiao et al., 2017)	0.0000003	(Xiao et al., 2017)
β_h	0.0000005	(Xiao et al., 2017)	0.0004	Asumsi
φ	0.05	(Xiao et al., 2017)	0.05	(Xiao et al., 2017)
γ	0.01	(Xiao et al., 2017)	0.01	(Xiao et al., 2017)
ϵ	0.0000003	(Xiao et al., 2017)	0.00003	(Xiao et al., 2017)
η	0.05	(Xiao et al., 2017)	0.05	(Xiao et al., 2017)
ξ	0.05	(Xiao et al., 2017)	0.05	(Xiao et al., 2017)
ρ	0.0000002	Asumsi	0.0000002	Asumsi
β_w	0.0000002	Asumsi	0.0002	Asumsi

Dinamika Populasi Untuk $R_0 < 1$



Gambar 2. Dinamika Populasi Node *Smartphone* Saat $R_0 < 1$

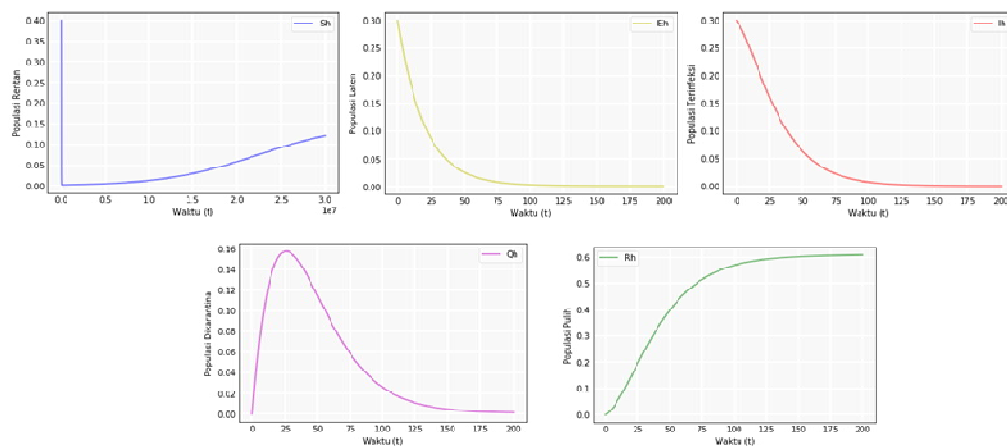
Gambar 2 menunjukkan bahwa populasi node *smartphone* menuju titik tetap bebas *worm* atau stabil di sekitar titik tetap bebas *worm*. Node *smartphone* yang rentan stabil di sekitar titik $s_h = 1$ atau setara dengan 10000 node. Node *smartphone* laten, terinfeksi, dikarantina dan node *smartphone* yang pulih stabil di sekitar titik $e_h = 0, i_h = 0, q_h = 0, r_h = 0$.



Gambar 3. Dinamika Populasi *Wi-Fi* Saat $R_0 < 1$

Dinamika populasi pada *Wi-Fi* untuk kondisi $R_0 < 1$ dapat dilihat pada Gambar 3. Gambar 3 menunjukkan bahwa populasi *Wi-Fi* yang rentan mengalami kenaikan jumlah populasi dari nilai awal hingga mencapai kondisi stabil di sekitar titik $s_w = 1$ atau setara dengan 5000 *Wi-Fi*. Karena pada kondisi ini tidak terjadi penyebaran *worm* maka populasi *Wi-Fi* terinfeksi mengalami penurunan jumlah populasi dari nilai awal hingga mencapai kondisi stabil di sekitar titik $i_w = 0$. Hal tersebut mengindikasikan kondisi bebas *worm* sesuai dengan Teorema 1.

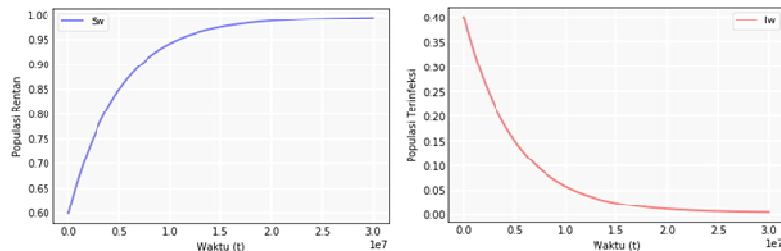
Dinamika Populasi Untuk $R_0 > 1$



Gambar 4. Dinamika Pupulasi Node *Smartphone* Saat $R_0 > 1$

Gambar 4 menunjukkan bahwa populasi node *smartphone* rentan, laten dan node terinfeksi mengalami penurunan jumlah populasi hingga mencapai titik stabilnya

disekitar titik $s_h^* = 0.150729$ atau setara dengan 1507 node, $e_h^* = 5.09254 \cdot 10^{-6}$ atau setara dengan 0 node, $i_h^* = 4.24376 \cdot 10^{-6}$ atau setara dengan 0 node. Sedangkan populasi node yang di karantina dan node yang pulih mengalami kenaikan dari kondisi awal hingga mencapai kondisi stabil disekitar titik $q_h^* = 4.24374 \cdot 10^{-6}$ atau setara dengan 0 node, $r_h^* = 0.849258$ atau setara dengan 8492 node. Hal tersebut mengindikasikan kondisi endemik atau adanya penyebaran *worm*.



Gambar 5. Dinamika Populasi *Wi-Fi* Saat $R_0 > 1$

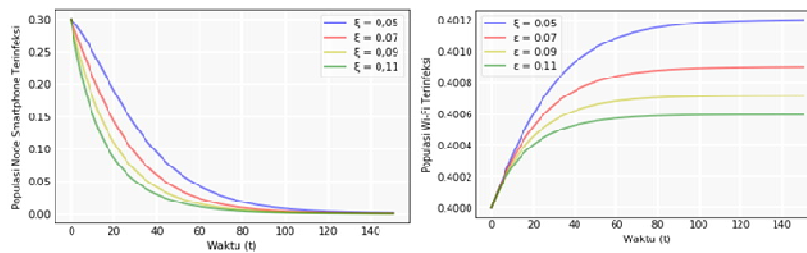
Gambar 5 menunjukkan bahwa populasi rentan mengalami kenaikan jumlah populasi hingga mencapai kondisi stabil disekitar titik $s_w^* = 0.995774$ atau setara dengan 4978 *Wi-Fi*, sedangkan populasi terinfeksi mengalami penurunan jumlah populasi hingga mencapai kondisi stabil disekitar titik $i_w^* = 0.004225$ atau setara dengan 21 *Wi-Fi*. Hal tersebut mengindikasikan kondisi endemik atau adanya penyebaran *worm*.

Dinamika Populasi Laju Karantina ξ

Tabel 3. Variasi Parameter ξ

Variasi Parameter	ξ	R_0
1	0.05	6.6626 > 1
2	0.07	4.9969 > 1
3	0.09	3.9975 > 1
4	0.11	3.3313 > 1

Berdasarkan Tabel 3 dapat dilihat bahwa meningkatnya nilai parameter ξ menyebabkan turunnya nilai R_0 . Hal ini juga berdampak pada populasi node *smartphone* dan *Wi-Fi* yang dapat dilihat pada gambar berikut:



Gambar 6. Simulasi Laju Karantina ξ Pada Populasi Terinfeksi Node *Smartphone* dan *Wi-Fi*

Gambar 6 menunjukkan bahwa laju karantina ξ dapat menekan laju infeksi *worm* yang ditandai dengan berkurangnya jumlah populasi terinfeksi pada node *smartphone* dan *Wi-Fi* saat nilai ξ diperbesar.

Kesimpulan

Model penyebaran *worm* berbasis *Wi-Fi* dinyatakan dalam bentuk sistem persamaan diferensial melibatkan 7 variabel yang disingkat sebagai SEIQR-SI. Model memiliki 2 titik kesetimbangan, yaitu titik kesetimbangan bebas *worm* yang stabil asimtotik lokal pada saat $R_0 < 1$ dan titik kesetimbangan endemik yang stabil asimtotik lokal pada saat $R_0 > 1$. Selanjutnya ditunjukkan bahwa laju karantina *worm* dapat mengurangi jumlah populasi terinfeksi pada node *smartphone* maupun *Wi-Fi*. Hal ini berarti bahwa laju karantina dapat menekan penyebaran *worm* pada sistem jaringan.

Daftar Pustaka

- Anton, H., & Rorres, C. (2014). *Elementary Linear Algebra*. New York: Wiley Blackwell.
- Cahyono, E. (2013). *Pemodelan Matematika* (Edisi 1). Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Elyashar, A., Uziel, S., Paradise, A., & Puzis, R. (2020). The Chameleon Attack: Manipulating Content Display in Online Social Media. *Proceedings of The Web Conference*, 848–859.
- Hu, R., Gao, Q., & Wang, B. (2021). Dynamics and Control of Worm Epidemic Based on Mobile Networks by SEIQR-Type Model with Saturated Incidence Rate. *Discrete Dynamics in Nature and Society*, 2021, 1–22. <https://doi.org/10.1155/2021/6637263>

- Milliken, J., Selis, V., & Marshall, A. (2013). Detection and analysis of the Chameleon WiFi access point virus. *EURASIP Journal on Information Security*, 2013(1), 2. <https://doi.org/10.1186/1687-417X-2013-2>
- Mishra, B. K., & Ansari, G. M. (2012). Differential epidemic model of virus and worms in computer network. *International Journal of Network Security*, 14(3), 149–155.
- Mishra, B. K., & Pandey, S. K. (2014). Dynamic model of worm propagation in computer network. *Applied Mathematical Modelling*, 38(7–8), 2173–2179. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2013.10.046>
- Piqueira, J. R. C., & Araujo, V. O. (2009). A modified epidemiological model for computer viruses. *Applied Mathematics and Computation*, 213(2), 355–360. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2009.03.023>
- Ren, J., Yang, X., Yang, L.-X., Xu, Y., & Yang, F. (2012a). A delayed computer virus propagation model and its dynamics. *Chaos, Solitons & Fractals*, 45(1), 74–79. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2011.10.003>
- Ren, J., Yang, X., Zhu, Q., Yang, L.-X., & Zhang, C. (2012b). A novel computer virus model and its dynamics. *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, 13(1), 376–384. <https://doi.org/10.1016/j.nonrwa.2011.07.048>
- Resmawan, R., & Nurwan, N. (2017). Konstruksi Bilangan Reproduksi Dasar pada Model Epidemik SEIRS-SEI Penyebaran Malaria dengan Vaksinasi dan Pengobatan. *Jurnal Matematika Integratif*, 13(2), 105–114. <https://doi.org/10.24198/jmi.v13.n2.12332.105-114>
- Scharr, J. (2014). *New WiFi Worm can Spread Like an Airbone Disease*. Retrieved from <https://www.yahoo.com/tech/new-wifi-worm-can-spread-like-an-airbone-disease-78496514830.html>
- Utoyo, M. I., Nurafifah, E. A., & Miswanto, M. (2018). Analisis Model Matematika Orde Fraksional Penyebaran Worm Berbasis Wi-Fi Pada Smartphone. *Limits: Journal of Mathematics and Its Applications*, 15(2), 97–112. <https://doi.org/10.12962/limits.v15i2.4304>
- van den Driessche, P., & Watmough, J. (2002). Reproduction numbers and sub-threshold endemic equilibria for compartmental models of disease transmission. *Mathematical Biosciences*, 180(1–2), 29–48. [https://doi.org/10.1016/S0025-5564\(02\)00108-6](https://doi.org/10.1016/S0025-5564(02)00108-6)
- Xiao, X., Fu, P., Dou, C., Li, Q., Hu, G., & Xia, S. (2017). Design and analysis of SEIQR worm propagation model in mobile internet. *Communications in Nonlinear*

Science and Numerical Simulation, 43, 341–350.
<https://doi.org/10.1016/j.cnsns.2016.07.012>

Yuan, H., & Chen, G. (2008). Network virus-epidemic model with the point-to-group information propagation. *Applied Mathematics and Computation*, 206(1), 357–367. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2008.09.025>

Zhu, Q., Yang, X., Yang, L.-X., & Zhang, C. (2012). Optimal control of computer virus under a delayed model. *Applied Mathematics and Computation*, 218(23), 11613–11619. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2012.04.092>